

平成30年度 修士論文

ブラックホールによる白色矮星の潮汐破壊現象

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻

学籍番号 35-166026

川名 好史朗

指導教員

吉田 直紀 教授

平成30年1月10日

概要

星がブラックホール (Black Hole: BH) の極めて近傍を通過すると、BH の潮汐力によって星が破壊される場合がある。この現象は潮汐破壊現象 (Tidal Disruption Event: TDE) と呼ばれる。TDE の中でも、白色矮星 (White Dwarf: WD) という種類の星が破壊される場合は、二つの興味深い特徴を持つ。第一に、潮汐破壊に伴って圧縮・加熱された WD が爆発的原子核反応を起こす可能性がある、という特徴がある。この場合、I 型超新星爆発に似た突発天体として観測されることが示唆されている。第二に、WD を潮汐破壊することの出来る BH 質量の上限が $\sim 10^5 M_{\odot}$ になっている、という特徴がある。 $10^2 \sim 10^5 M_{\odot}$ の質量を持つ中間質量 BH は、未だ確たる存在証拠のない BH であり、現在の天文学の大きな謎の一つである。WD が BH に破壊される TDE (WD-BH TDE) を発見できれば、中間質量 BH の存在の証明、またその性質の解明に繋がるという点で、この現象の研究意義は大きい。

WD-BH TDE の確たる観測例は未だないが、今後・最新の突発天体観測による発見が期待されている。そのためには、WD-BH TDE の観測兆候の理論予測 (テンプレート) を与えることが重要である。これまでも WD-BH TDE のテンプレートを与える理論研究がなされてきた。しかし、そこで調べられたパラメータ領域は狭く、また系統的に探索されなかったため、多様性を備えたテンプレートは未だ整備されていない。今後の突発天体探索では多数の WD-BH TDE が観測されると期待されるため、それらを観測データの中から発見するには、多様性を備えたテンプレートを与える必要がある。

そこで本研究では、WD-BH TDE に関して、その多様性を多数の数値シミュレーションを実行することで調べた。この多様性は WD の原子核組成や質量、BH 質量、BH と WD が接近する軌道の近点距離といったパラメータに幅があることに由来する。本研究ではこれらのパラメータを変化させながら、原子核反応を組み込んだ 3 次元の流体シミュレーションを多数のパラメータの組に対して実行した。

結果として、原子核反応によって生成される各原子核の質量や、WD 残骸の運動に対する原子核反応の影響などの詳細なパラメータ依存性を得た。また、本研究で新たに調べたパラメータ領域では、WD の先進する部分が後続する部分と自己衝突する特異な TDE が存在することが分かった。この場合、破壊された残骸の BH への降着率が特異になると期待される。原子核反応で解放されるエネルギーは非束縛軌道を辿る残骸の質量を増やすが、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の重い WD では潮汐力によるエネルギーの分配が支配的なため、原子核反応の影響は軽い WD に比べ小さいという点を明らかにした。また、軽いヘリウムで構成される WD の TDE は Calcium-rich gap transients と呼ばれる突発天体の起源になりうるという提案がなされていた。しかし、この現象の観測と矛盾する多量の ^{56}Ni が本研究の数値シミュレーションでは生成されたため、その起源にはならないことを示した。

ただし、原子核反応とその生成物の結果に関しては、数値計算の解像度を上げてでも収束

しないという問題がある。これは数値計算の解像度が十分ではなく、WD が加熱される過程を正しく追えていないことに由来する。しかしながら、必要とされる解像度を用いると非常に計算コストが大きくなってしまい、現実的な時間内に計算を終えることは難しい。そこで、追加の計算として原子核反応を含めない計算を行い、WD の密度の最大値の情報を用いて原子核反応の生成物を推測した。これは、WD の密度の最大値は解像度を上げるにつれて収束していく、正確性を担保できる物理量だからである。これにより、数値計算の解像度依存性によらない、原子核反応の生成物の質量・組成の指標を与えた。

今後の研究の展望としては、より高解像度の計算を少数のパラメータの組に対して行うことで、本研究の原子核反応の結果を補正する必要がある。さらに輻射輸送計算を適用することで、生成された放射性原子核の崩壊に由来する観測兆候について解明できる。また、BH に降着する残骸からの輻射についても、磁場の影響などを取り入れて BH への降着を計算できる手法に、本研究の計算結果を接続することで調べることができる。

謝辞

本論文の執筆にあたり、多くの方々にお世話になりました。この場を借りて改めて御礼申し上げます。

指導教員である吉田直紀教授には、研究生活の様々な面でご指導・ご助言を頂きました。本研究テーマの紹介を始めとして、フォトンサイエンス・リーディング大学院（ALPS）や日本学術振興会特別研究員に応募する際の書類の添削、研究方針の修正、論文の執筆に際してご助言を頂きました。また、研究会参加の都度ご援助を頂きました。

東京大学の谷川衝助教には、本研究の遂行にあたり多くのご指導を頂きました。シミュレーションコードのご提供を初め、その使い方のご指導、また研究に行き詰まったときのご助言を頂きました。また、論文の執筆に際してもご添削頂く等、様々な面でご教授して頂きました。

東京大学 UTAP, RESCEU の皆様にも、日々の研究生活において多々お世話になりました。皆様には、ゼミや発表の機会を通して様々なご助言を頂くとともに、日々の研究生活で良い刺激を頂いています。また檜山和己助教には、潮汐破壊現象や高エネルギー物理学全般に関して、多くのご助言を頂き、また相談に伺いました。

私は ALPS コース生に採択されており、経済的なサポートを始めとして、多くのご支援を頂いております。ALPS 主催の様々なセミナーや ALPS コースの必修科目の履修を通じて、自身の研究分野に執着せず多様な視点で物事を考える能力が身に付いたと思っています。ALPS コースで副指導教員に就いて頂いた、柴橋博資名誉教授、星野真弘教授には、研究に関するご助言を頂きました。

最後に、未熟な私を様々な面で支えてくれた家族・友人に感謝致します。

目次

第1章	序論	1
第2章	潮汐破壊現象の基礎過程	3
2.1	潮汐破壊現象とは	3
2.2	主系列星と超大質量ブラックホールの潮汐破壊現象	4
2.3	潮汐破壊現象の観測兆候	8
第3章	白色矮星が破壊される潮汐破壊現象	9
3.1	白色矮星が破壊される潮汐破壊現象の特徴	9
3.1.1	中間質量BHとの関連	10
3.1.2	原子核反応	11
3.2	WD-BH TDEの観測状況と先行研究	13
3.3	本研究の目的	14
第4章	研究手法	15
4.1	研究手法の概要	15
4.2	基礎方程式	17
4.3	BH重力	17
4.4	HELMHOLTZ状態方程式	21
4.4.1	状態方程式に寄与する成分	22
4.4.2	電子・陽電子による寄与の計算	24
4.5	原子核反応	25
4.6	SPH法	29
4.6.1	完全流体のSPH法による記述	29
4.6.2	SPH法における人工粘性	31
4.6.3	WDの自己重力	33
4.6.4	本研究で用いたSPH法の詳細	35
4.7	初期条件	38
4.7.1	WDの初期条件	38
4.7.2	軌道の初期条件	39
第5章	結果	41
5.1	WD-BH TDEの多様性	41
5.2	生成される原子核の組成	44
5.3	残骸の運動に対する原子核反応の影響	50

第 6 章 議論	58
6.1 WD–BH TDE は Calcium-rich gap transients の起源になるか?	58
6.2 数値計算の解像度依存性	60
第 7 章 結論	66
7.1 本研究の結論	66
7.2 今後の研究	67

第1章 序論

ある天体が自身よりも高密度な天体の極めて近傍を通過する状況を考えよう。この際、高密度天体の潮汐力が低密度天体の自己重力を上回ると、潮汐力によって低密度天体が破壊される場合がある。この現象は潮汐破壊現象 (Tidal Disruption Event: TDE) と呼ばれる。潮汐破壊する側/される側の天体には様々な天体が考えられるが、近年精力的に研究がなされているのは、主系列星 (Main Sequence: MS) が、超大質量ブラックホール (SuperMassive Black Hole: SMBH) によって破壊される場合の TDE (MS-SMBH TDE) である。MS-SMBH TDE は 1970 年代から研究がなされてきた (例えば Hills 1975, Frank and Rees 1976, Lightman and Shapiro 1977, Frank 1978, Rees 1988) 。MS-SMBH TDE においては、破壊された MS の残骸の一部が SMBH に降着して突発的に可視光から X 線帯域で光る。また、相対論的ジェットを伴う場合にはガンマ線バースト (Gamma-Ray Burst: GRB) や高エネルギー宇宙線・ニュートリノの発生源になると考えられている。これにより、TDE が起こる前までは暗く見えなかった SMBH が観測可能になるため、MS-SMBH TDE は SMBH の性質の解明に繋がるという意義がある。また、TDE における降着、放射の機構を理解することは BH 近傍という強い重力場環境における物理過程の理解に繋がる。

実際に 1996 年に X 線観測衛星 ROSAT によって TDE が観測され (Bade et al. 1996) , 以降現在まで数十個の TDE の候補天体が発見されてきた (Komossa 2015, Bauer et al. 2017) 。その中には相対論的ジェットを伴う TDE も数例報告されている (Levan et al. 2011, Bloom et al. 2011, Burrows et al. 2011, Zauderer et al. 2011, Cenko et al. 2012, Brown et al. 2015) 。

ただし、白色矮星 (White Dwarf: WD) という種類の星が BH に破壊される TDE (WD-BH TDE) に関しては、未だ確たる観測例がなく未解明の部分が多い。WD-BH TDE には、研究を進めるべき興味深い特徴が 2 つある。第一に、潮汐破壊に伴って圧縮・加熱された WD が爆発的原子核反応を起こす可能性がある、という特徴がある (Luminet and Pichon 1989b, Wilson and Mathews 2004, Rosswog et al. 2008, 2009, Haas et al. 2012, Holcomb et al. 2013, Tanikawa et al. 2017) 。この場合、I 型超新星爆発に似た突発天体として観測されることが示唆されている (Wilson and Mathews 2004, MacLeod et al. 2016) 。第二に、WD を潮汐破壊することの出来る BH 質量の上限が $\sim 10^5 M_{\odot}$ (M_{\odot} は太陽質量) であり、中間質量 BH (Intermediate Mass Black Hole: IMBH) を探索する上で有用な現象になっている、という特徴がある (Luminet and Pichon 1989b) 。IMBH は未だ確たる存在証拠のない BH であり、現在の天文学の大きな謎の一つである。WD が破壊される TDE を発見できれば、IMBH の存在の証明、またその性質の解明に繋がるという点で、この現象の研究意義は大きい。

WD-BH TDE を観測データの中から発見するためには、WD-BH TDE の観測兆候の理論予測 (テンプレート) を与えることが重要である。ゆえに、これまでも WD-BH TDE

のテンプレートを与える理論研究がなされてきた（例えば Rosswog et al. 2009）．しかし, Rosswog et al. (2009) で調べられたパラメータ領域は狭く, また系統的に探索されなかったため, 多様性を備えたテンプレートは未だ整備されていない. 今後の突発天体探索では多数の WD-BH TDE が観測されると期待されるため, それらを観測データの中から発見するには, 多様性を備えたテンプレートを与える必要がある.

そこで本研究では, WD-BH TDE に関して, その多様性を数値シミュレーションを実行することで調べた. この多様性は WD の原子核組成や質量, BH 質量, BH と WD が接近する軌道の近点距離といったパラメータに幅があることに由来する. 本研究ではこれらのパラメータを変化させながら, 多数の数値シミュレーションを実行することで, パラメータ領域を系統的・網羅的に探索した.

本論文の構成は以下のようになっている. まず, 第 2 章で MS-SMBH TDE を取り上げて TDE の基礎物理や過程をレビューする. 第 3 章では本研究の研究対象である WD-BH TDE に関して, その特徴や研究意義, これまでの観測状況や先行研究を取り上げたうえで, 本研究の目的について説明する. 第 4 章では本研究の手法について述べる. 第 5 章では本研究の結果を述べる. 第 6 章では本研究結果による観測兆候への示唆や, 計算の解像度依存性について議論する. 第 7 章では本研究の結論と, 今後の研究の展望について述べる. なお本論文の記述は, 著者の主著論文である Kawana et al. (2017) に基いている.

第2章 潮汐破壊現象の基礎過程

2.1 潮汐破壊現象とは

星がブラックホール (BH) の近傍を運動している状況を考えよう。Newton 力学を考えると、星は BH から次のような重力加速度を受ける:

$$\mathbf{g}_{\text{BH}}(\mathbf{r}) = -\frac{GM_{\text{BH}}}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (2.1)$$

ここで、 G は重力定数、 M_{BH} は BH 質量、 \mathbf{r} は BH から星中心への変位ベクトル、 $r = |\mathbf{r}|$ である。この重力加速度は星の中心にかかる重力であり、星の中心以外の部分が受ける重力はこれとは異なる。星の中心から $\Delta\mathbf{r}$ だけ位置がずれた場所は、(2.1) に加えて以下の力を受ける (図 2.1 参照)。

$$\mathbf{g}_t(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r}) = \mathbf{g}_{\text{BH}}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) - \mathbf{g}_{\text{BH}}(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

$$= -GM_{\text{BH}} \left(\frac{\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}}{|\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) \quad (2.3)$$

$$\simeq -\frac{GM_{\text{BH}}}{r^2} \left(\frac{\Delta\mathbf{r}}{r} - \frac{3\mathbf{r} \cdot \Delta\mathbf{r}}{2r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \quad (\Delta r \ll r) \quad (2.4)$$

この力は潮汐力と呼ばれる。その名が示すとおり、地球における潮の満ち引きを生じているのは月が地球に及ぼす潮汐力である。(2.4) より、潮汐力の大きさは、 $r \gg \Delta r$ の時には

$$g_t(r, \Delta r) \sim \frac{GM_{\text{BH}}\Delta r}{r^3} \quad (2.5)$$

と評価でき、 r^{-3} に比例する力になっている。

星が単独で安定に存在する場合には、圧力勾配と自己重力が釣り合う静水圧平衡状態にある。しかし、星が BH に近づいて潮汐力が星の自己重力を上回ると、潮汐力によって星が引き裂かれ破壊される。これを潮汐破壊現象 (Tidal Disruption Event: TDE) と呼ぶ。TDE が起こる条件は下記のように評価できる。

$$g_t(r, R_\star) \gtrsim \frac{GM_\star}{R_\star^2} \quad (2.6)$$

ここで、 M_\star は星の質量、 R_\star は星の半径であり、右辺は星の表面での自己重力に相当する。(2.5) を用いてこの条件を書き直すと

$$r \lesssim R_t \quad (2.7)$$

$$R_t := R_\star \left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_\star} \right)^{1/3} \quad (2.8)$$

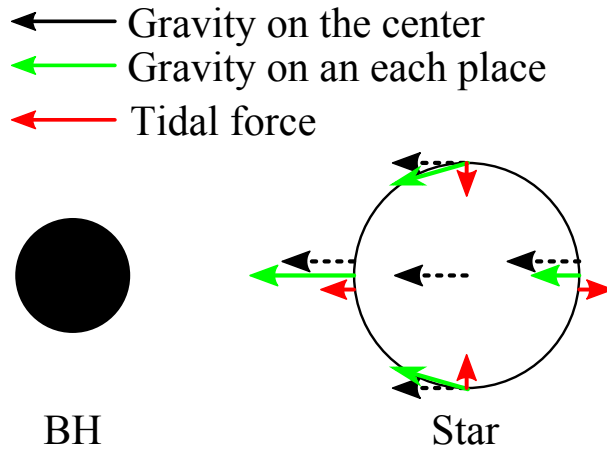


図 2.1: 潮汐力の概要図. BH が星の各点に及ぼす重力と, 星の中心に及ぼす重力の差が潮汐力に相当する.

となる. R_t は潮汐半径と呼ばれ, 潮汐破壊が起こる距離をオーダー評価した量である. 特に, BH に限らず主星と伴星が円軌道にある場合に関して, より正確に潮汐破壊が起こる半径を評価をした値は Roche 半径と呼ばれる. Roche 半径と潮汐半径よりも約 2 倍大きい値になっている. また, (2.7) は以下のようにも表すことが出来る.

$$\sqrt{\frac{R_t^3}{GM_{\text{BH}}}} = \sqrt{\frac{R_*^3}{GM_*}} \sim \tau_{\text{dyn},*} \quad (2.9)$$

$$\frac{M_{\text{BH}}}{R_t^3} = \frac{M_*}{R_*^3} \sim \rho_* \quad (2.10)$$

(2.9) より, 星が破壊されるタイムスケールは星の dynamical タイムスケール $\tau_{\text{dyn},*}$ に比べて同じか十分短くなっている事が分かる. また (2.10) が意味するのは, 星の平均密度 ρ_* と, M_{BH}/r^3 が同じ密度となるような距離 r が潮汐半径に相当する, ということである. これは一般に BH と星に限らず, 高密度の天体と低密度の天体が十分に近づいた場合には低密度の天体が潮汐破壊されることを示している.

2.2 主系列星と超大質量ブラックホールの潮汐破壊現象

潮汐破壊する側・される側の星には様々な組み合わせが考えられるが, 近年精力的に研究がなされているのは, 主系列星 (Main Sequence: MS) が, 超大質量ブラックホール (SuperMassive Black Hole: SMBH) によって破壊される場合の TDE (MS-SMBH TDE) である. MS とは, 水素の核融合反応によって安定に輝いている状態の星であり, 普通は宇宙で最も多く存在する種類の星である. また, SMBH は銀河の中心に普遍的に存在していると考えられている巨大な BH で, $\gtrsim 10^6 M_\odot$ 以上の質量を持つ. MS-SMBH TDE は 1970 年代から研究がなされてきた (例えば Hills 1975, Frank and Rees 1976, Lightman and Shapiro 1977, Frank 1978, Rees 1988). 以下に MS-SMBH TDE の起源, 時間発展, 及び観測兆候を述べる. また, MS-SMBH TDE のレビュー論文として Alexander (2005, 2012, 2017) があり, 本節の記述に辺り参考にしている.

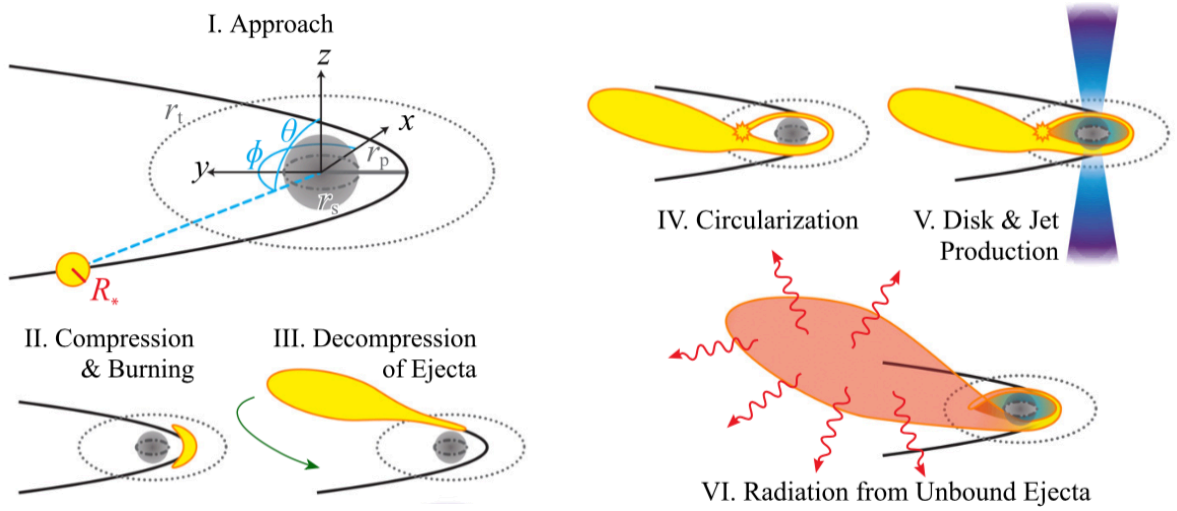


図 2.2: WD-BH TDE の時系列. MacLeod et al. (2016) 中の図を改変した. 一般の TDE と比較したときの WD-BH TDE の特徴は, II の段階における原子核反応と, それで生成された放射性原子核の崩壊によって起こる非束縛軌道の残骸からの輻射 (VI) である.

SMBH の周囲には SMBH の重力に束縛されて高密度で星が存在する領域がある. この領域の半径 r_h は $r_h = GM_{\text{BH}}/\sigma^2$ で見積もられる. ここで, σ は星の速度分散である. また, r_h 内に含まれる星の全質量は $\mathcal{O}(M_{\text{BH}})$ となる. この領域内では星は主として SMBH の重力ポテンシャルの下で運動しているが, 高密度故に星と星が近接して, 互いに重力を及ぼすことによって散乱することがある. これを二体散乱と呼ぶ. 二体散乱に伴い, 中心の SMBH に対する星の軌道が変化する. Kepler 運動を考えると, 軌道に関して以下のような関係が成り立つ.

$$R_p = a(1 - e) \quad (2.11)$$

$$\epsilon_\star = \frac{GM_{\text{BH}}}{2a} \quad (2.12)$$

$$0 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \epsilon_\star - \frac{GM_{\text{BH}}}{R_p} + \frac{j_\star^2}{R_p^2} \quad (2.13)$$

$$j_\star^2 = 2R_p^2 \left(\frac{GM_{\text{BH}}}{R_p} - \epsilon_\star \right) \quad (2.14)$$

ここで R_p は軌道の近点距離, a は軌道長半径, e は離心率, ϵ_\star は単位質量あたりの軌道運動エネルギー, j_\star は単位質量あたりの軌道角運動量である. また, $M_{\text{BH}} \gg M_\star$ の近似を用いた.

MS-SMBH TDE が起こるのは $R_p < R_t$ を満たした場合であり, このような軌道を “loss-cone” 軌道と呼ぶ. “loss-cone” 軌道になる条件は以下の式で表される.

$$j_\star^2 < j_{\text{loss-cone}}^2(\epsilon_\star) := 2R_t^2 \left(\frac{GM_{\text{BH}}}{R_t} - \epsilon_\star \right) \simeq 2GM_{\text{BH}}R_t \quad (2.15)$$

ここで、最後の近似は $GM_{\text{BH}}/R_t \gg \epsilon_*$ を用いた。(2.12) を用いれば、この近似は $a \gg R_t$ であることを意味する。これは一般の場合に成り立つわけではないが、二体散乱によって“loss-cone”軌道に突入する星は典型的に $a \sim r_h$ の軌道を取ることが示唆されている (Wang and Merritt 2004)。よって、 $r_h \gg R_t$ になっていれば良い。それぞれの値は、

$$R_t \simeq 7 \times 10^{12} \text{ cm} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^6 M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-1/3} \left(\frac{R_\star}{R_\odot} \right) \quad (2.16)$$

$$\frac{r_h}{\text{pc}} = A \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^8 M_\odot} \right)^B \quad (2.17)$$

となっている。ここで r_h は Stone and Metzger (2016) の表式を用いており、 $A = 16$, $B = 0.69$ である。 r_h は BH 近傍の星の密度分布によっていて、この A, B の値は観測された銀河中心領域に関して、銀河の種類を問わずに得られたデータをフィッティングして得られたものである。 A, B は密度分布の値に応じて若干値が異なるが、いずれにしても $r_h \gg R_t$ が成り立ち、結局 (2.15) の近似を用いることが出来る。また、(2.11) で $R_p < R_t$ であることから、

$$1 - e \lesssim R_t/r_h \ll 1 \quad (2.18)$$

$$e \simeq 1 \quad (2.19)$$

となり、軌道が近似的に放物線軌道として扱える事がわかる。

二体散乱によって $a \sim r_h$, $e \sim 1$, $R_p < R_t$ の放物線に近い軌道で SMBH に接近する MS のその後の振舞いを以下に述べる (図 2.2 参照)。MS と SMBH の距離 r が $r \gg R_t$ の間は、MS はほぼ放物線軌道で、軌道運動エネルギー

$$\epsilon_\star \sim -\frac{GM_{\text{BH}}}{r_h} \quad (2.20)$$

$$= -1.9 \times 10^{15} \text{ erg g}^{-1} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^6 M_\odot} \right)^{0.31} \quad (2.21)$$

を持って運動している。この間は潮汐力の影響はほぼ無視できて、MS は自己重力によって自身の形状を保っている。このときの自己重力の束縛エネルギーは

$$\epsilon_{\text{self}} \sim -\frac{GM_\star}{R_\star} \quad (2.22)$$

$$= -6.4 \times 10^{13} \text{ erg g}^{-1} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right) \left(\frac{R_\star}{R_\odot} \right)^{-1} \quad (2.23)$$

である。

$r < R_t$ の領域に MS が突入すると SMBH の潮汐力によって MS が破壊される。これは MS の各点が束縛エネルギー (2.23) を上回るエネルギーを得ることを意味する。この獲得するエネルギーの源は SMBH の重力ポテンシャルエネルギー $-GM_{\text{BH}}/r$ である。MS のうち SMBH に近い側は、MS の中心に比べてより深い SMBH の重力ポテンシャル中にあり低い重力エネルギーを持っている。一方、SMBH に遠い側は高い重力エネルギーを持ち、弱

く SMBH に束縛されている. このエネルギー差が潮汐力によって分配されるエネルギー $\Delta\epsilon_t$ に相当する. $\Delta\epsilon_t$ は下記のように見積もられる.

$$\Delta\epsilon_t \sim \beta^n \frac{GM_{\text{BH}}R_\star}{R_t^2} \quad (2.24)$$

$$\simeq 1.9 \times 10^{17} \text{ erg g}^{-1} \beta^n \left(\frac{R_\star}{R_\odot}\right)^{-1} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^6 M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{M_\star}{M_\odot}\right)^{2/3}, \quad (2.25)$$

ここで, 侵入パラメータ β は $\beta := R_t/R_p$ で定義される. n は従来は $n = 2$ とされてきた (例えば Rees 1988). これは近日点 $r = R_p$ における MS の重力ポテンシャルの差 $GM_{\text{BH}}R_\star/R_p^3$ を用いて評価した場合に相当する. 一方で, 近年の流体シミュレーションの結果などでは $n \simeq 0$ が示唆されている (Sari et al. 2010, Guillochon and Ramirez-Ruiz 2013, Stone et al. 2013).

ここで, 各エネルギーの大小関係を考えると, $\Delta\epsilon_t \gg \epsilon_\star \gg \epsilon_{\text{self}}$ が成り立つ. よって, MS が近日点通過をして潮汐破壊された後は, MS の自己重力はもはや効かず, MS の残骸はそれぞれの SMBH に対する軌道運動エネルギー ϵ をもって SMBH の周りを Kepler 運動するとみなせる. 残骸のうち, 最も強く SMBH に束縛される残骸は $\epsilon_{\text{in}} \sim -\Delta\epsilon_t$ のエネルギーを持ち, 逆に SMBH に対して非束縛軌道を運動する残骸は $\epsilon_{\text{out}} \sim \Delta\epsilon_t$ のエネルギーを持つ. $R_p \gg R_\star$ の場合, 潮汐力は MS の中心に対し対称に働き, $\Delta\epsilon_t \gg \epsilon_\star \gg \epsilon_{\text{self}}$ より, MS の約半分は束縛軌道を辿り, 残りの半分が非束縛軌道を辿ると考えられる.

束縛軌道にある残骸はその後楕円軌道を取って再び SMBH に接近する. その軌道周期 P は Kepler 運動を考えると, 軌道長半径 a と以下の関係にある (Kepler の第 3 法則).

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_{\text{BH}}}} \quad (2.26)$$

この式と, a と ϵ の関係式 (2.12) を用いて, SMBH への残骸の再接近率 (fallback rate) dM/dP を以下のように見積もることが出来る.

$$\frac{dM}{dP} = \left(\frac{dM}{d\epsilon}\right) \left(\frac{d\epsilon}{dP}\right) \quad (2.27)$$

$$= \left(\frac{dM}{d\epsilon}\right) \frac{(2\pi GM_{\text{BH}})^{2/3}}{3} P^{-5/3} \quad (2.28)$$

ここで, $dM/d\epsilon = \text{const.}$ を仮定する. この仮定は, 潮汐力による軌道運動エネルギーの分配によって, ϵ に対しフラットな質量分布を取ることを意味している. さらに, 星の質量のうち半分が束縛されているという規格化条件

$$\frac{M_\star}{2} = \int_{P_{\text{min}}}^{\infty} dP \frac{dM}{dP} \quad (2.29)$$

を用いる. ここで, P_{min} は残骸のうち一番低い軌道運動エネルギー ϵ_{min} を持つ残骸の軌道周期であり, $0 \leq t < P_{\text{min}}$ の期間は $dM/dP = 0$ である. P を t に置き換えれば, 結局

(2.28) は

$$\frac{dM}{dt} = \frac{M_\star}{3t_{\min}} \left(\frac{t}{t_{\min}} \right)^{-5/3} \quad (2.30)$$

$$\simeq 3.0 M_\odot \text{yr}^{-1} \left(\frac{t}{t_{\min}} \right)^{-5/3} \beta^{3n/2} \left(\frac{M_{\text{BH}}/M_\star}{10^6} \right)^{-1/2} \left(\frac{R_\star}{R_\odot} \right)^{-3/2} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{3/2} \quad (2.31)$$

$$t_{\min} = 2\pi G M_{\text{BH}} (2\Delta\epsilon_t)^{-3/2} \quad (2.32)$$

$$\simeq 0.11 \text{yr} \beta^{-3n/2} \left(\frac{M_{\text{BH}}/M_\star}{10^6} \right)^{1/2} \left(\frac{R_\star}{R_\odot} \right)^{3/2} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-1} \quad (2.33)$$

となる。

この fallback rate で SMBH に最接近する残骸の一部は、その後何らかのプロセスで運動エネルギー・角運動量を散逸して円軌道化し、SMBH 周囲に降着円盤を形成すると考えられている。このプロセスとしては、残骸中の粘性によるエネルギー・角運動量の散逸や、SMBH の相対論的効果である近日点移動、先進する残骸と後続する残骸の衝突などが考えられている (Shiokawa et al. 2015, Piran et al. 2015, Hayasaki et al. 2016)。

また、SMBH への降着に伴って相対論的ジェットが生じる可能性もあり、ジェットを伴う TDE も既に発見されている (Levan et al. 2011, Bloom et al. 2011, Burrows et al. 2011, Zauderer et al. 2011, Cenko et al. 2012, Brown et al. 2015)。

2.3 潮汐破壊現象の観測兆候

MS-SMBH TDE の観測兆候には、多波長の電磁波や、高エネルギー宇宙線・ニュートリノ、重力波があり、マルチメッセンジャー天文学の対象となりうる。これは、BH に降着する残骸や相対論的ジェットに由来するものである。以下、それぞれの観測兆候について説明する。

重力波は MS が SMBH の周囲を運動するという質量分布の変化に伴って生じるものである。重力波波形の見積もりが例えば East (2014) によってなされており、MS-SMBH TDE の場合は LISA による観測が期待される。

BH へ降着する残骸からは、多くの場合可視光・紫外・X 線の波長域での輻射が観測され、これまでに数十例の観測例がある (Komossa 2015, Bauer et al. 2017)。それらの中には、光度の時間変化が (2.30) で示唆される $\propto t^{-5/3}$ とよく一致するものもあるが、それからズレたものもあり (Lin et al. 2017)、また、SMBH 周りのダストによる輻射のエコーが生じて赤外光で観測された TDE も存在する (Jiang et al. 2016, Dou et al. 2016, Jiang et al. 2017)。

相対論的ジェットを伴う TDE として有望な観測例は 3 例ある。(Levan et al. 2011, Bloom et al. 2011, Burrows et al. 2011, Zauderer et al. 2011, Cenko et al. 2012, Brown et al. 2015)。この場合は硬 X 線から γ 線帯域のガンマ線バースト (Gamma-Ray Burst: GRB) として観測され、また電波領域での輻射も観測されている。また、観測的に確かめられたわけではないが、相対論的ジェットを伴うことから、高エネルギー宇宙線・ニュートリノの発生源としても考えられている (Alves Batista and Silk 2017, Zhang et al. 2017)。

第3章 白色矮星が破壊される潮汐破壊現象

これまで、TDEの代表的なものとして、MSがSMBHに破壊されるTDEを考へてTDEの説明をしてきた。本章では、本研究の研究対象である白色矮星(White Dwarf: WD)がBHに破壊されるTDEに関して、その特徴や研究意義、現在の観測状況について述べる。その上で、本章の最後に本研究の目的を述べる。

3.1 白色矮星が破壊される潮汐破壊現象の特徴

まず、WDとはどのような星なのかについて説明する。WDの典型的な質量、半径、密度はそれぞれ $\sim 0.6 M_{\odot}$ 、 $\sim 10^9$ cm、 $\sim 10^7$ g cm $^{-3}$ である。WDの対比として、MSではこれらの値はどうなっているだろうか。MSの例として太陽を考えると、質量はほぼ同じ M_{\odot} で、半径は約100倍大きい $R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$ cm、密度は ~ 1 g cm $^{-3}$ になっている。つまり、WDはMSよりも非常にコンパクトで高密度な天体である。WDはMSに比べ高密度のため、自己重力もそれに応じてMSよりも強くなっている。この自己重力と釣り合ってWDを支えているのは、主として電子の縮退圧である。一方で、MSの場合は理想気体として近似できる電子・イオンの圧力が支配的である。

このような特徴を持つWDがTDEによって破壊される際には、MSのような他の種類の星が破壊される場合にはない特徴が二つある。第一に、WDを破壊することが出来るBHの質量には制限があり、星質量BHか中間質量BH(Intermediate Mass BH: IMBH)に限られるという点である。 $M_{\text{BH}} \gtrsim 10^5 M_{\odot}$ の質量を持つSMBHを考えると、WDは潮汐破壊される前にBHのSchwarzschild半径内に入り吸い込まれてしまうため、WD-BH TDEは起こらない(図3.1参照)(Luminet and Pichon 1989b)。この場合、単純には電磁波での観測兆候はないと考えられ、重力波のみが観測可能な兆候になる(East 2014)。他の種類の星を考えると、例えばMSやそれと同じか低密度の星はSMBHによっても潮汐破壊される(例えばKobayashi et al. 2004, Law-Smith et al. 2017)。この点で、WD-BH TDEはIMBHの性質を調べる上で有用な現象であるといえる。

第二に、WDが爆発的原子核反応を起こしうる、という特徴がある。これは軌道面と垂直な方向に潮汐力によって圧縮され、衝撃波が生じることによる加熱で引き起こされる(Luminet and Pichon 1989b, Wilson and Mathews 2004, Rosswog et al. 2008, 2009, Haas et al. 2012, Holcomb et al. 2013, Tanikawa et al. 2017)。この爆発メカニズムは爆轟(detonation)と呼ばれ、衝撃波面と燃焼面が一体となってWD中を伝搬していく。もし、これによって ^{56}Ni を代表とする放射性原子核が非束縛軌道の残骸中に生成された場合、そ

の崩壊によって残骸にエネルギーが注入される。結果として、I型超新星に似た突発天体として観測される可能性が示唆されている (Wilson and Mathews 2004, MacLeod et al. 2016)。

3.1.1 中間質量BHとの関連

一般に、星を潮汐破壊する事のできるBHの質量には上限がある。これは、あまりにBH質量が大きいとそれに伴ってBHの事象の地平面も大きくなり、星が潮汐破壊される前に事象の地平面内部に入ってしまうためである。

BHの事象の地平面の半径 R_{BH} は以下のように表される。

$$R_{\text{BH}} = \eta \frac{GM_{\text{BH}}}{c^2} \quad (3.1)$$

ここで、 c は光速、 η はBHのスピンによって決まるパラメータであり、 $1 \leq \eta \leq 9$ の範囲を取る。スピンのないSchwarzschild BHの場合は $\eta = 2$ で、 R_{BH} はSchwarzschild半径 $R_S := 2GM_{\text{BH}}/c^2$ になる。以降の議論では、簡単のためBHはSchwarzschild BHであるとする。

第2章で考察したのと同様に、BHに対して放物線軌道で星が接近する場合を考える。Schwarzschild時空では、単位質量あたりの軌道角運動量 j は

$$j = (R_S R_p c^2)^{1/2} \left(1 - \frac{R_S}{R_p}\right)^{-1/2}. \quad (3.2)$$

となる (4.3節も参照)。星を質点とみなした際に、星がBHに吸い込まれる軌道条件は $j \leq 2R_S c$ 、 $R_p \leq 2R_S$ 、また

$$\beta \gtrsim 10 \left(\frac{R_\star}{10^9 \text{ cm}}\right) \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_\odot}\right)^{-2/3} \left(\frac{M_\star}{0.6 M_\odot}\right)^{-1/3} \quad (3.3)$$

$$\gtrsim 12 \left(\frac{R_\star}{R_\odot}\right) \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^6 M_\odot}\right)^{-2/3} \left(\frac{M_\star}{M_\odot}\right)^{-1/3} \quad (3.4)$$

と表せる。ここで上式は星がWDであるとした場合、下式は太陽であるとした場合の見積りに相当する。これと、星が潮汐破壊される条件 $\beta > 1$ から、 M_{BH} の上限が求められ、

$$M_{\text{BH,max}} = 9.0 \times 10^4 \left(\frac{R_\star}{10^9 \text{ cm}}\right)^{3/2} \left(\frac{M_\star}{0.6 M_\odot}\right)^{-1/2} \quad (3.5)$$

$$= 4.0 \times 10^7 \left(\frac{R_\star}{R_\odot}\right)^{3/2} \left(\frac{M_\star}{M_\odot}\right)^{-1/2} \quad (3.6)$$

となる。ただし、 $\beta > 1$ の条件は、星の内部構造を考慮すると多少修正されることが示唆されている (Luminet and Pichon 1989b, Law-Smith et al. 2017, Mainetti et al. 2017)。

また、 $R_p \leq R_\star$ の際には、BHが星の一部を吸い込む。この条件は、

$$\beta \geq \left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_\star}\right)^{1/3} \quad (3.7)$$

と表せる.

これら3つの条件を考慮すると, WD-BH TDEが起こる領域は図 3.1 のようになる. ここで, $R_p \leq 2R_S$ を満たす領域 (図 3.1 の右上部分) では, BH の Schwarzschild 半径が大きく, BH が WD を吸い込むような現象になるため, “BH captures WD” と呼ばれてきた (Luminet and Pichon 1989b). この場合, 単純には電磁波での観測兆候はないと考えられ, 重力波のみが観測可能な兆候になる (East 2014). また, $R_p \leq R_*$ を満たす領域 (図 3.1 の左上部分) では, BH の Schwarzschild 半径が小さく, BH が WD に突入するような現象になるため, “BH enters WD” と呼ばれてきた.

以上より, MS やそれと同じか低密度の星は SMBH によっても破壊される一方で (Kobayashi et al. 2004, Law-Smith et al. 2017), WD を潮汐破壊することができるのは IMBH が星質量 BH に限られることがわかる. この点で, WD-BH TDE は IMBH の性質を解明する上で有用な現象であるということが出来る (Clausen and Eracleous 2011). IMBH は星質量 BH と SMBH の中間の質量を持つ BH である. その形成過程は未解明の部分が多いが, 例えば SMBH が形成される過程で取り残された BH が IMBH になるとも考えられている. ゆえに, IMBH の存在や質量関数を明らかにすることは, SMBH の形成過程の解明に繋がるという意味でも重要である. しかしながら, IMBH の候補は多数あるものの, 未だに確たる観測例が少ない状況にある (レビュー論文 Mezcua 2017: を参照). WD-BH TDE の発生率を観測によって見積もることができれば, IMBH の質量関数を制限することが出来るという点で, WD-BH TDE の研究は重要である.

3.1.2 原子核反応

WD-BH TDE のもう一つの特徴は, WD が爆発的原子核反応を起こすことにより, 非束縛軌道を辿る残骸からも輻射が生じうる, という点である. これは, 以下の様な機構で起こると考えられている. まず, WD は潮汐力によって, 軌道面と垂直な方向に圧縮を受ける. WD が近日点に達した時に圧縮は最も強くなる. これによって WD 内部が高密度になると同時に, 近日点近傍で衝撃波が生じうる (Carter and Luminet 1982, 1983, Bicknell and Gingold 1983, Luminet and Pichon 1989b, Kobayashi et al. 2004, Strubbe and Quataert 2009, Stone et al. 2013). この衝撃波は軌道面と垂直な方向に伝搬し, 運動エネルギーを熱エネルギーに変換して WD を加熱する. これによって高密度・高温度に達することで, ヘリウム・炭素・酸素・シリコン燃焼といった原子核反応が起こり, WD の原子核組成が変化する (Luminet and Pichon 1989b, Wilson and Mathews 2004, Rosswog et al. 2008, 2009, Haas et al. 2012, Holcomb et al. 2013, Tanikawa et al. 2017). 原子核反応によって安定な原子核が生成されるため, 原子核の束縛エネルギーが解放される. これがさらに加熱を促進することで, 衝撃波面と燃焼面が一体となって WD 内部を伝搬し, 結果として爆発的原子核反応が起こる. この爆発メカニズムは爆轟 (detonation) と呼ばれる.

原子核反応に伴って生成される原子核のうち, 観測兆候に大きな影響を及ぼすのは ^{56}Ni である. detonation によって ^{56}Ni が生成された場合, ^{56}Ni は後に下記のような過程で崩壊

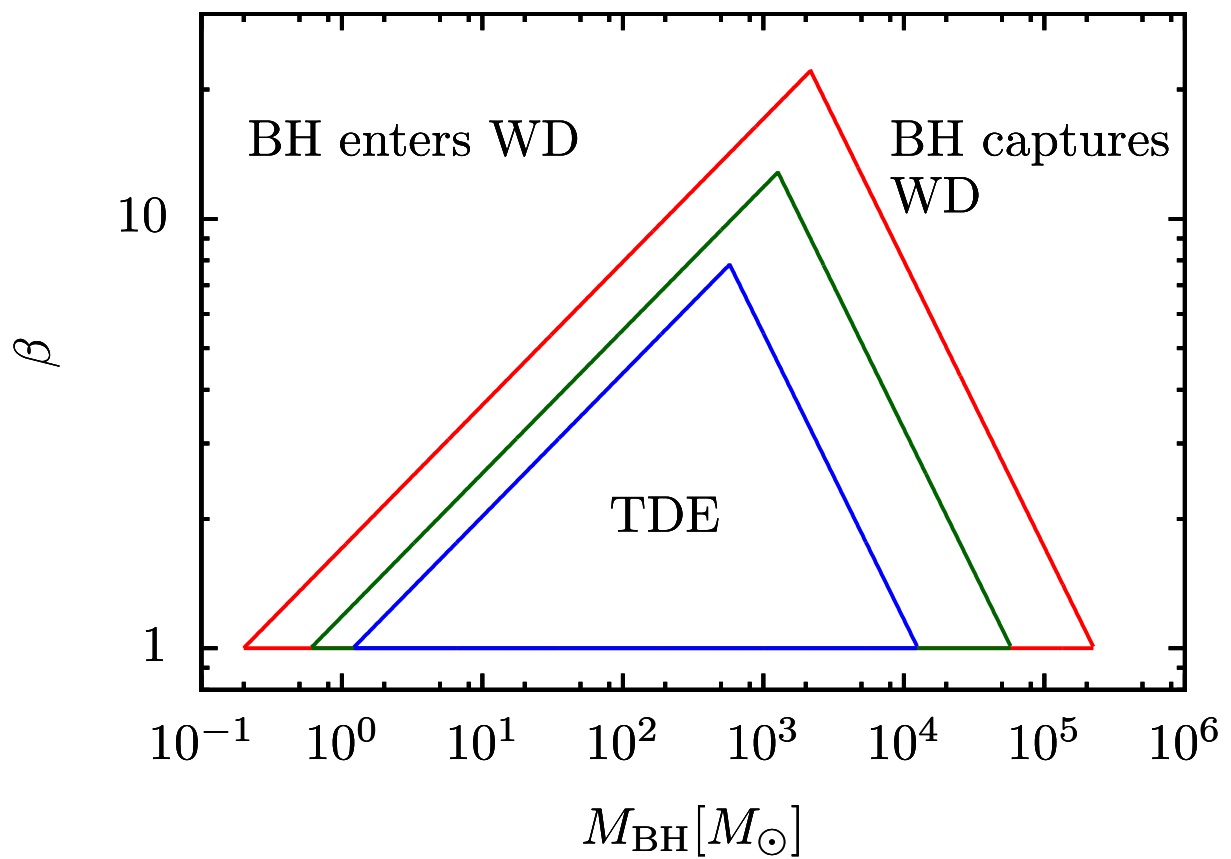
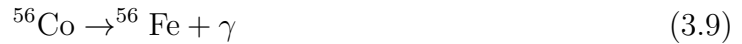


図 3.1: WD-BH TDE が起こるパラメータ空間. 赤, 緑, 青の実線はそれぞれ $M_{\text{WD}} = 0.2, 0.6, 1.2 M_{\odot}$ の場合に相当する. 三角形の内部が TDE が起こる領域である. オリジナルの図は Luminet and Pichon (1989b) に与えられている.

していく.



ここで、半減期はそれぞれ ${}^{56}\text{Ni}$ は 6.1 days, ${}^{56}\text{Co}$ は 77 days である. 崩壊に伴って放出される γ 線は、周囲の物質との相互作用によってエネルギーを周囲の物質に供給する. もし、多量の ${}^{56}\text{Ni}$ が非束縛軌道を辿る残骸中に含まれている場合、 ${}^{56}\text{Ni}$ の崩壊によって加熱された残骸は輻射を生じ、I 型超新星爆発に似た観測徴候を示すと考えられている (Wilson and Mathews 2004, MacLeod et al. 2016) .

このような、非束縛軌道を辿る残骸が原子核反応によって光るとするのは、TDE の中でも WD が破壊される場合に特有のものである. 例えば MS が破壊される場合では、 ${}^{56}\text{Ni}$ の生成に至るほど高温・高密度にはならない (Carter and Luminet 1982, 1983, Luminet and Pichon 1989a) . ゆえに、この原子核反応に由来する観測兆候を正しくモデル化することは、WD–BH TDE を発見するために重要であると言える.

3.2 WD–BH TDE の観測状況と先行研究

WD–BH TDE に関しては、これまで5例の候補天体が提案されている (Krolik and Piran 2011, Shcherbakov et al. 2013, Jonker et al. 2013, Ioka et al. 2016, Bauer et al. 2017) . これらのうち、Jonker et al. (2013) で提案された X 線突発天体 XRT 000519 は IMBH に降着する残骸の降着円盤からの輻射で説明できるとされている. それ以外の 4 天体は GRB もしくは X 線突発天体であり、降着する残骸が生じる相対論的ジェットに伴う観測兆候であるという説明がなされている. ただし、いずれにおいても WD–BH TDE 以外の起源を棄却できておらず、WD–BH TDE の確たる観測例であるとはいえない. また、原子核反応に伴う非束縛軌道の残骸からの輻射と考えられる現象は未だに候補天体すらない、という状況にある.

ただし、今後の突発天体観測の進展に伴い多数の WD–BH TDE の観測事例が集まると期待される. 例えば、可視光では The Large Synoptic Survey Telescope (LSST) (LSST Science Collaboration et al. 2009) が 2021 年から観測開始予定であり、LSST によって原子核反応に由来する WD–BH TDE の観測例が $\sim 10 \text{ yr}^{-1}$ の検出率で発見されると期待されている (MacLeod et al. 2016) .

また、WD–BH TDE には、WD の原子核組成や質量、BH 質量、 β といったパラメータに幅があるため、観測兆候にも多様性があると期待される. ゆえに、最新・次世代の観測装置によって多数の WD–BH TDE を発見・特定するためには、多様性を備えた WD–BH TDE のテンプレートを整備する必要がある.

観測兆候のテンプレートを与える理論研究はこれまでもなされてきた. 例えば、降着する残骸からの輻射や相対論的ジェットに伴う GRB・高エネルギー宇宙線及びニュートリノ、重力波を対象とした研究がある (Rosswog et al. 2009, Zalamea et al. 2010, Clausen and Eracleous 2011, Haas et al. 2012, Cheng and Bogdanović 2014, MacLeod et al. 2014, East 2014, Shiokawa et al. 2015, Ioka et al. 2016, Zhang et al. 2017, Alves

Batista and Silk 2017) . また, 原子核反応に伴う観測兆候も調べられている (Luminet and Pichon 1989b, Wilson and Mathews 2004, Rosswog et al. 2008, 2009, Haas et al. 2012, Holcomb et al. 2013, Sell et al. 2015, MacLeod et al. 2016, Tanikawa et al. 2017)

Rosswog et al. (2009) は原子核反応を組み込んだ流体数値シミュレーションを用いて WD-BH TDE を研究している. そこでは, 16 組のパラメータセットに対して計算を行い, 結果として $M_{\text{WD}} = 1.2M_{\odot}$ の WD では $\beta \gtrsim 3$ の場合に爆発的原子核反応が生じることを示している. また, 原子核反応に伴って解放されるエネルギーによって, 非束縛軌道を辿る残骸の, WD 全体の質量に対する割合が約 50% から 65% に増えることを示している. これは BH に降着する残骸が減ることを意味し, その残骸からの輻射にも影響を与える (MacLeod et al. 2014) . また, MacLeod et al. (2016) では Rosswog et al. (2009) の計算結果のうち $M_{\text{WD}} = 0.6M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 500M_{\odot}$, $\beta = 5$ のパラメータの場合に関し, 輻射輸送計算を適用してスペクトルや光度曲線といった観測兆候を求めた. それによれば, 爆発的原子核反応を伴う WD-BH TDE では I 型超新星爆発に似た観測兆候を示すとされている.

ただし, MacLeod et al. (2016) で調べられたのは 1 つのパラメータセットに関する結果であり, そのテンプレートは多様性を備えていない. また, Rosswog et al. (2009) で用いられた 16 個のパラメータセットは系統的に選ばれたものではないため, 例えば他の種類の WD に対して, 爆発的原子核反応が起こる/起こらないの境界を決めるのには不十分である. さらに, パラメータ領域を網羅的に調べているわけでもないため, その多様性は十分ではないという問題がある.

3.3 本研究の目的

本研究の目的は, WD-BH TDE に関して, 特に原子核反応に着目してその多様性を明らかにすることである. 本研究の特徴は, WD-BH TDE の多様性の由来と考えられる M_{WD} (と関連して WD の原子核組成), M_{BH} , β のパラメータに関して, パラメータ領域を網羅的・系統的に探索することである. これは Rosswog et al. (2009) よりも幅広いパラメータ空間を, より細かいステップで探索することを意味する. これにより, 原子核反応のこれらのパラメータに対する依存性を明らかにするというのも本研究の目的である.

本研究では, 降着する残骸からの観測兆候や重力波といった WD-BH TDE の観測兆候については扱わない. また, 直接的な観測兆候であるスペクトル・光度曲線は, 本研究では求めない. ただし, これらに大きく影響すると考えられる ^{56}Ni や他の原子核の質量を求めることで, それらへの示唆を与えることが可能である.

第4章 研究手法

本章では、まず研究手法の概要を述べる。次に、シミュレーションで解いている基礎方程式を示し、考慮している物理過程について述べる。さらにシミュレーション手法の詳細について記述する。

4.1 研究手法の概要

本研究では WD–BH TDE の多様性を、特に原子核反応の影響に着目して、3次元の流体数値シミュレーションを用いて調べた。本研究で用いた手法は、Tanikawa et al. (2017) にもとづいており、同様の手法を用いた研究には Tanikawa (2017a,b) がある。

本研究では、数値計算法において粒子法と呼ばれる手法の一つである Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法を用い、原子核反応を組み込んだ流体の方程式を解くことで、WD–BH TDE をモデル化した。ここでは、WD を多数の SPH 粒子の集合として、BH をこの粒子群に対する重力源として表現し、各粒子の時間発展を計算している。パラメータとしては、 M_{WD} 、 M_{BH} 、 β の3つを変化させながら多数のシミュレーションを実行し、パラメータ領域を系統的、網羅的に探索した。パラメータである M_{WD} 、 M_{BH} 、 β を変化させた範囲は、それぞれ $[0.2 M_{\odot}, 1.2 M_{\odot}]$ 、 $[10 M_{\odot}, 10^5 M_{\odot}]$ 、 $[1, 5.5]$ である。なお、原子核反応を組み込まない場合のシミュレーションも行っている (6.2 節参照)。

SPH 法としては Price (2008) に倣い、時間発展する人口粘性項を取り入れて衝撃波などの不連続性を扱えるようにしている。人工粘性の係数は Monaghan (1997) の値を採用している。カーネル関数には Wendland C^2 kernel (Wendland 1995, Dehnen and Aly 2012) を用いている。Balsara switch (Balsara 1995) を導入し、シア運動による人工粘性を抑制、補正している。また、粒子法を用いたシミュレーションにおけるアプリケーション開発プラットフォームである FDPS (Iwasawa et al. 2016b,a) を用いて、スーパーコンピュータによる計算における並列化を行っている。さらに、Advanced Vector eXtensions (AVX) を利用して Single Instruction Multiple Data (SIMD) 演算を行い、計算を高速化している (Tanikawa et al. 2012, 2013)。

WD の状態方程式としては HELMHOLTZ 状態方程式 (Timmes and Swesty 2000) を用いている (4.4 節参照)。この状態方程式で考慮しているのは、縮退した理想気体の電子/陽電子ガス、理想気体イオンガス (断熱指数 $\gamma = 5/3$)、黒体輻射の光子ガス、Coulomb 力による補正、の5つである。原子核反応の計算には、Aprox13 (Timmes 1999, Timmes et al. 2000) というモジュールを用いている。このモジュールでは、 ${}^4\text{He}$ 、 ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{16}\text{O}$ 、 ${}^{20}\text{Ne}$ 、 ${}^{24}\text{Mg}$ 、 ${}^{28}\text{Si}$ 、 ${}^{32}\text{S}$ 、 ${}^{36}\text{Ar}$ 、 ${}^{40}\text{Ca}$ 、 ${}^{44}\text{Ti}$ 、 ${}^{48}\text{Cr}$ 、 ${}^{52}\text{Fe}$ 、 ${}^{56}\text{Ni}$ の13種類の原子核組成を考慮し、それらの間の α -chain 反応と、 ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{12}\text{C} + {}^{16}\text{O}$ 、 ${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O}$ 反応が組み込まれている (図 4.1

表 4.1: WD の初期条件. ここで, 単位は M_{WD} に関して M_{\odot} , R_{WD} は 10^8 cm, ρ_c は g cm^{-3} である. ただし, ρ_c は WD の中心密度. また, WD の原子核組成は一様であると近似している.

M_{WD}	R_{WD}	ρ_c	Compositions
0.2	13	2.2×10^5	${}^4\text{He}$ 100%
0.6	7.5	3.6×10^6	${}^{12}\text{C}$ 50% ${}^{16}\text{O}$ 50%
1.2	3.4	1.5×10^8	${}^{16}\text{O}$ 60% ${}^{20}\text{Ne}$ 35% ${}^{24}\text{Mg}$ 5%

参照). なお, Raskin et al. (2010) は, 光分解反応のような温度依存性の非常に大きい原子核反応と流体計算を同時に解く場合, 陽解法ではタイムステップが $\sim 10^{-12}$ s 以下でなければ, 正しい解を与えないことを示している. しかし, これほど短いタイムステップで計算を行うのは計算コストが非常に大きくなるため, 本研究では $\rho > 5 \times 10^7$ g cm^{-3} かつ $T > 3 \times 10^9$ K の場合には陰解法を用いて, それ以外では陽解法を用いて原子核反応の計算を行っている. HELMHOLTZ 状態方程式と Aprox13 を計算する際には, the Center for Astrophysical Thermonuclear Flashes at the University of Chicago で開発されたモジュールを用いている.

BH の重力ポテンシャルには, generalized Newtonian ポテンシャルを用いている (Tejeda and Rosswog 2013). これは, Schwarzschild BH の相対論的重力を近似的に評価するものであり, 特に放物線軌道で運動する質点に対して働く BH 重力を良く近似する. また, BH に近づきすぎた SPH 粒子は BH に吸い込まれたとみなし, 計算途中で消去している. その条件は, BH 中心 (原点) から, ある SPH 粒子 (i 粒子とする) までの距離 r_i が, Schwarzschild 半径 R_S と SPH 粒子のカーネル半径 H_i の和よりも小さい, すなわち

$$r_i \leq R_S + H_i, \quad (4.1)$$

としている. また, WD の自己重力も考慮し, SPH 粒子間に働く自己重力を Price and Monaghan (2007) による手法を用いて評価している.

WD の種類としては, 表 4.1 に示されている 3 種類を考慮している. WD 質量に対する原子核組成は Dan et al. (2014) で用いられた組成を適用している. 初期の SPH 粒子の配置と, 配置後に平衡状態に落ち着かせるための緩和は Tanikawa et al. (2015), Sato et al. (2015, 2016) と同様の手法を用いている. WD を表現するのに用いた SPH 粒子数は 786,432 である.

軌道の初期条件は, Schwarzschild 計量で放物線軌道になるように定め, また BH と WD の距離を $5R_t$ としている. これにより, 潮汐半径に入る前から, WD がわずかに潮汐変形する影響も考慮している. 計算の終了時刻としては, Newtonian 重力を仮定した場合に, WD が近日点を通過する時刻の 2 倍を採用している. この時刻においては, 原子核崩壊のタイムスケールでしか原子核組成は変化せず, ほとんど落ち着いた状態にある. また終了時刻では, ほとんどのパラメータセットにおいて, 潮汐破壊された WD の残骸はまだ BH に降着を始めていない. しかし, BH と WD が非常に近接する軌道を取る場合 (5.1 節で述べる Type III TDE の場合) は, WD 残骸のわずかな割合が BH に降着している.

表 4.2: 各物理量の意味.

d/dt	ラグランジュ時間微分. $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$
\mathbf{v}	流体素片の速度ベクトル
ρ	質量密度
P	圧力
\mathbf{g}	重力加速度ベクトル. BH, WD の添字はそれぞれ BH による重力, WD による自己重力を意味する.
u	単位質量あたりの内部エネルギー密度
$(d\mathbf{v}/dt)_{\text{diss}}$	粘性による速度散逸に相当する項
$(du/dt)_{\text{diss}}$	粘性による内部エネルギー散逸に相当する項
$\dot{\epsilon}_{\text{nuc}}$	原子核反応で解放される, 単位時間単位質量あたりのエネルギー
X_a	下付き添字 a で表される原子核 a の質量割合

4.2 基礎方程式

数値シミュレーションで解く基礎方程式は下記の3つである.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)_{\text{diss}} + \mathbf{g}_{\text{BH}} + \mathbf{g}_{\text{WD}} \quad (4.2)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{P}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v} - \left(\frac{du}{dt}\right)_{\text{diss}} + \dot{\epsilon}_{\text{nuc}} \quad (4.3)$$

$$\frac{dX_a}{dt} = \dot{X}_a(\rho, u, \mathbf{X}) \quad (4.4)$$

それぞれの式は, 運動方程式, エネルギー方程式, 原子核反応による原子核組成の変化を記述する式に対応している. 各項の意味を表 4.2 に記す.

実際の数値計算においては, これら3つの微分方程式を時間・空間座標で離散化して得た差分方程式を解いている. 初期条件は WD の構造と軌道運動に関する条件から与えられる. その初期条件から計算を開始し, これらの基礎方程式を解くことで潮汐破壊現象の時間発展を計算している.

なお, 流体の方程式としては, 通常は質量保存則に関連する連続の式

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (4.5)$$

も考慮しなければならない. しかし, 本研究で用いている SPH 法においては本質的に質量保存則が保たれており, 連続の式を解く必要はない.

4.3 BH 重力

本研究では, BH が WD に及ぼす重力を, Tejada and Rosswog (2013) によって提案された generalized Newtonian ポテンシャル (以下, TR ポテンシャルと表記する) を用いて計算している. これは, スピンのない Schwarzschild BH の及ぼす相対論的重力を近似的に

評価するものである。特に BH の周囲を放物線軌道で運動する質点に対して良い近似を与えるものである。本節では、まず Schwarzschild 計量とそれによる相対論的重力を説明したあと、その近似によって得られる TR ポテンシャルの表式を述べる。一般相対論、及び Schwarzschild 計量については、例えば Shapiro and Teukolsky (1983) 第12章に詳しく解説されている。

Schwarzschild 計量は以下で与えられる。

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (4.6)$$

ここで、 ds は線素である。この計量で表される時空中を自由運動する静止質量 m の質点を考える。その質点の Lagrangian は、

$$2L = - \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) c^2 t'^2 + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} r'^2 + r^2 \theta'^2 + r^2 \sin^2 \theta \phi'^2 \quad (4.7)$$

となる。ここで、 $x' = dx/d\lambda$, $\lambda = m\tau$ である。 λ は affine パラメータ, τ は質点の固有時間である。Euler-Lagrange 方程式は、

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\partial L}{\partial x'^\alpha} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^\alpha} = 0, \quad x^\alpha = (t, r, \theta, \phi) \quad (4.8)$$

である。ここで、 $p_\alpha := \partial L / \partial x'^\alpha$ は4元運動量である。

θ, ϕ, t に関する Euler-Lagrange 方程式から、

$$\frac{d}{d\lambda} (r^2 \theta') = r^2 \sin \theta \cos \theta \phi'^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{d}{d\lambda} (r^2 \sin^2 \theta \phi') = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{d}{d\lambda} \left[\left(1 - \frac{R_S}{r}\right) t' \right] = 0 \quad (4.11)$$

が得られる。(4.10) より、初期時刻で $\theta = \pi/2, \theta' = 0$ となるような座標系を取った場合、軌道は常に $\theta = \pi/2$ の赤道面上にあることが分かる。よって、軌道面を $\theta = \pi/2$ とする極座標系 (r, ϑ, φ) を考える。また、(4.10), (4.11) から、保存量である角運動量 j とエネルギー ϵ が得られ、

$$j = r^2 \phi' \quad (4.12)$$

$$\epsilon = c^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) t' \quad (4.13)$$

となる。また、 $g_{\alpha\beta}$ を計量テンソルとして、 $g_\beta p^\alpha p^\beta = -m^2$ が成り立つので、これから r 方向の運動方程式が得られ、

$$r'^2 = \frac{\epsilon^2 - c^4}{c^2} + \frac{c^2 R_S}{r} - \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) \frac{j^2}{r^2} \quad (4.14)$$

となる. (4.13) を用いて, (4.12), (4.14) の $d/d\tau$ を d/dt に変換し, j, ϵ を単位質量あたりの角運動量, エネルギーに取り直すと,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c^2}{\epsilon} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) \frac{j^2}{r^2} \quad (4.15)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{c^2}{\epsilon} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) \sqrt{\frac{\epsilon^2 - c^4}{c^2} + \frac{c^2 R_S}{r} - \frac{j^2}{r^2} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)} \quad (4.16)$$

になる. また, 同様に j, ϵ を d/dt を用いて表すと,

$$j = cr^2 \frac{d\varphi}{dt} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{1/2} \left[c^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^2 - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) \right]^{-1/2} \quad (4.17)$$

$$\epsilon = c^3 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{3/2} \left[c^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^2 - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) \right]^{-1/2} \quad (4.18)$$

となる.

ここまで, Schwarzschild 計量での相対論的重力について議論してきた. 以降は, これを近似して得られる TR ポテンシャルについて述べる. また, $\dot{x} := dx/dt$ とする.

まず, (4.16) の平方根内の $E_S := (\epsilon^2 - c^4)/c^2$ の項に着目しよう. ϵ は Schwarzschild 計量での静止質量を含む (単位質量あたりの) エネルギーであったから, $r/R_S \gg 1, v^2/c^2 \ll 1$ の非相対論的極限では, これは Newtonian 力学エネルギー E_N に漸近する:

$$E_S \xrightarrow{\text{nr1}} E_N := \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) - \frac{GM_{\text{BH}}}{r} \quad (4.19)$$

一方で, TR ポテンシャルでは, 低エネルギー極限 $\epsilon \simeq c^2$ を仮定する. これは必ずしも $v^2/c^2 \ll 1$ の低速極限や, $r/R_S \gg 1$ の弱重力場極限を意味せず, より一般的な近似となっている. このとき, $E_S \simeq 0$ となり,

$$E_S \xrightarrow{\text{le1}} E_G := \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-2} \dot{r}^2 + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} r^2 \dot{\varphi}^2 \right] - \frac{GM_{\text{BH}}}{r} \quad (4.20)$$

が得られる. (4.20) を書き直し E_G を Hamiltonian として表すと,

$$E_G = K + \Phi_G - \dot{r} \frac{d\Phi_G}{dr} - \dot{\varphi} \frac{d\Phi_G}{d\dot{\varphi}} \quad (4.21)$$

$$K = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) \quad (4.22)$$

$$\Phi_G(r, \dot{r}, \dot{\varphi}) = -\frac{GM_{\text{BH}}}{r} - \left(\frac{R_S}{r - R_S}\right) \left[\left(\frac{r - R_S/2}{r - R_S}\right) \dot{r}^2 + \frac{r^2 \dot{\varphi}^2}{2} \right] \quad (4.23)$$

となる. ここで, K は Newton 力学での単位質量あたりの運動エネルギーで, Φ_G は generalized Newtonian ポテンシャルと呼ばれる BH の重力ポテンシャルである.

次に, K と Φ_G から Lagrangian を構成し, 運動方程式と TR ポテンシャルによる重力加速度を導こう. この (単位質量あたりの) Lagrangian, L_G は,

$$L_G = K - \Phi_G = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-2} \dot{r}^2 + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} r^2 \dot{\varphi}^2 \right] + \frac{GM_{\text{BH}}}{r} \quad (4.24)$$

となる。ここで、 L_G は t に陽に依存しないので、 E_G は保存量である。さらに、 φ についても同様のため、角運動量に相当する保存量として、

$$j_G = \frac{\partial L_G}{\partial \dot{\varphi}} = \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} r^2 \dot{\varphi} \quad (4.25)$$

が得られる。

次に、 L_G に Euler-Lagrange 方程式を適用して、運動方程式を得よう。ここでは、一般の (r, θ, ϕ) に対する運動方程式を導きたい。これには、

$$\dot{\varphi}^2 = \dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2 \quad (4.26)$$

の関係式を (4.24) に用いれば良い。結果として、得られる運動方程式は、

$$\ddot{r} = -\frac{GM_{\text{BH}}}{r^2} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^2 + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} \frac{\dot{r}^2}{r} + \left(r - \frac{3}{2}R_S\right) (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) \quad (4.27)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}\dot{\phi}}{r} \left(\frac{r - 3R_S/2}{r - R_S}\right) + \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 \quad (4.28)$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{2\dot{r}\dot{\phi}}{r} \left(\frac{r - 3R_S/2}{r - R_S}\right) - 2 \cot \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \quad (4.29)$$

となる。比較のために、近似を用いない Schwarzschild 時空での運動方程式を書くと、

$$\ddot{r} = -\frac{GM_{\text{BH}}}{r^2} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^2 \frac{c^4}{\epsilon^2} + \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} \frac{\dot{r}^2}{r} + \left(r - \frac{3}{2}R_S\right) (\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) \quad (4.30)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}\dot{\phi}}{r} \left(\frac{r - 3R_S/2}{r - R_S}\right) + \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 \quad (4.31)$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{2\dot{r}\dot{\phi}}{r} \left(\frac{r - 3R_S/2}{r - R_S}\right) - 2 \cot \theta \dot{\theta} \dot{\phi} \quad (4.32)$$

となる。この2つの差異は、(4.30) では第一項に c^4/ϵ^2 のファクターがかかっていることのみである。

では、TR ポテンシャルを導出する際に用いた、 $\epsilon \simeq c^2$ の仮定が、TDE の場合に妥当なのかを考えよう。第2章で述べた通り、TDE では、BH の遠方で二体散乱によって星の軌道が変化し、離心率が1に非常に近い軌道でBHに接近して潮汐破壊される。このとき、星の軌道運動エネルギー ϵ_* は (2.21) で与えられ、

$$\epsilon_* \sim -1.9 \times 10^{15} \text{ erg g}^{-1} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^6 M_\odot}\right)^{0.31} \quad (4.33)$$

$$\simeq 2 \times 10^{-6} c^2 \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^6 M_\odot}\right)^{0.31} \quad (4.34)$$

となる。これは静止質量を含まないエネルギーであり、 $\epsilon \simeq c^2$ 、すなわち $|\epsilon - c^2| \ll c^2$ を満たしていることがわかる。よって、TR ポテンシャルは TDE における相対論的重力の良い近似になっていると言える。

なお, 本研究のシミュレーションでは球座標ではなくデカルト座標 (x, y, z) を用いて計算を行っているため, (4.27), (4.28), (4.29) をデカルト座標で表しておいた方が都合が良い.

(x, y, z) と (r, θ, ϕ) は

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (4.35)$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi, \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right), \quad (4.36)$$

$$z = r \cos \theta, \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad (4.37)$$

の関係で結ばれており,

$$\frac{dr^2}{dt} = r\dot{r} = \sum_i x^i \dot{x}^i \quad (4.38)$$

$$r^4(\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) = (x\dot{y} - y\dot{x})^2 + (x\dot{z} - z\dot{x})^2 + (z\dot{y} - y\dot{z})^2 = \sum_i \left(\sum_{jk} \epsilon_{ijk} x^j \dot{x}^k \right)^2 \quad (4.39)$$

が成り立つ. ここで, $x^i = x, y, z$ で, ϵ_{ijk} は Levi-Civita のイプシロンである. (4.39) は Newton 力学での角運動量の 2 乗を, 極座標とデカルト座標で表したものである. これらを用いると, Lagrangian, L_G (4.24) は,

$$L_G = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sum_i x^i \dot{x}^i}{r - R_S} \right)^2 + \frac{\sum_i (\sum_{jk} \epsilon_{ijk} x^j \dot{x}^k)^2}{r(r - R_S)} \right] + \frac{GM_{\text{BH}}}{r} \quad (4.40)$$

となり, x^i に対する Euler-Lagrange 方程式から,

$$(\mathbf{g}_{\text{BH}})^i = \ddot{x}^i = -\frac{GM_{\text{BH}} x^i}{r^3} \left(1 - \frac{R_S}{r} \right)^2 + \frac{R_S \dot{x}^i}{r^2 (r - R_S)} \sum_j (x^j \dot{x}^j) - \frac{3R_S x^i}{2r^5} \sum_j \left(\sum_{kl} \epsilon_{jkl} x^k \dot{x}^l \right) \quad (4.41)$$

が得られる.

4.4 HELMHOLTZ 状態方程式

本節では, 本研究で WD の状態方程式に採用した HELMHOLTZ 状態方程式の詳細について述べる. HELMHOLTZ 状態方程式は Timmes and Swesty (2000) によって導入された状態方程式であり, the Center for Astrophysical Thermonuclear Flashes at the University of Chicago によって開発された FLASH (Fryxell et al. 2000) 内にモジュールとして組み込まれている. 本研究では, このモジュールを用いて HELMHOLTZ 状態方程式を計算している. 本節の記述は Fryxell et al. (2000) の第 4 章に基づいている.

原子核 a に関して, 陽子数を Z_a , 中性子数を A_a , 質量割合を X_a とする. このとき, 1 イオンあたりの平均核子数 $\bar{A} = (\sum_a X_a / A_a)^{-1}$, 1 イオンあたりの平均陽子数 $\bar{Z} = \bar{A} \sum_a (Z_a X_a / A_a)$ を導入する.

4.4.1 状態方程式に寄与する成分

HELMHOLTZ 状態方程式では, 下式の5個の項による熱力学的量への寄与を考える:

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{rad}} + P_{\text{ion}} + P_{\text{coul}} + P_{\text{ele}} + P_{\text{pos}} \quad (4.42)$$

$$u_{\text{tot}} = u_{\text{rad}} + u_{\text{ion}} + u_{\text{coul}} + u_{\text{ele}} + u_{\text{pos}} \quad (4.43)$$

$$s_{\text{tot}} = s_{\text{rad}} + s_{\text{ion}} + s_{\text{coul}} + s_{\text{ele}} + s_{\text{pos}} \quad (4.44)$$

ここで, P は圧力, u は単位質量あたりの内部エネルギー, s は単位質量あたりのエントロピーに相当する. “rad”, “ion”, “ele”, “pos”, “coul” の下付き添字は, それぞれ光子, 原子核 (イオン), 電子, 陽電子, Coulomb 補正による寄与を意味している. 以下, 各項について説明する.

1. まず, 光子による寄与を考える. これは, 単純に熱平衡にある黒体輻射を考える:

$$P_{\text{rad}} = \frac{aT^4}{3} \quad (4.45)$$

$$u_{\text{rad}} = \frac{3P_{\text{rad}}}{\rho} \quad (4.46)$$

ここでの a は輻射定数であり, Stephan-Boltzmann 定数 σ_B と $\sigma_B = ac/4$ で結ばれる定数である.

2. イオンによる寄与は, 断熱指数 $\gamma = 5/3$ で表される理想気体を考え, さらに Sacker-Tetrode による補正を考慮する:

$$P_{\text{ion}} = \frac{k_B}{\bar{A}m_u} \rho T \quad (4.47)$$

$$u_{\text{ion}} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P_{\text{ion}}}{\rho} \quad (4.48)$$

$$s_{\text{ion}} = \frac{P_{\text{ion}}/\rho + u_{\text{ion}}}{T} + \frac{k_B}{\bar{A}m_u} \log \left[\frac{\bar{A}^{5/2} m_u}{\rho} \left(\frac{2\pi k_B T}{m_p h^2} \right) \right] \quad (4.49)$$

ここで, k_B はボルツマン定数, m_u は統一原子質量単位, m_p は陽子質量, h はプランク定数である.

3. Coulomb 補正項は, 正電荷を持つイオンが負電荷を持つ電子に取り囲まれることで生じる遮蔽効果に由来する項である. イオン間の平均的な距離を r_0 とし, 無次元のプラズマパラメータ Γ を以下のように取る.

$$r_0 = \left(\frac{4}{3} \pi \frac{\rho}{\bar{A}m_u} \right)^{1/3}, \quad \Gamma = \frac{\bar{Z}e^2}{k_B T r_0} \quad (4.50)$$

ここで, e は電荷素量である. 上式より, Γ は静電エネルギーの熱エネルギーに対する比を示すパラメータである. この Γ を用いて, Coulomb 補正項は以下のように表される (Fryxell et al. 2000) :

$$u_{\text{coul}} = 3P_{\text{coul}} = \frac{k_B T}{\bar{A}m_u} f(\Gamma), \quad s_{\text{coul}} = \frac{k_B T}{\bar{A}m_u} \Gamma^2 g(\Gamma) \quad (4.51)$$

これらは全て負の値であり, $f(\Gamma), g(\Gamma)$ は以下で与えられる:

$$f(\Gamma) = \begin{cases} a\Gamma + b\Gamma^{1/4} + c\Gamma^{-1/4} + d & \text{if } \Gamma > 1 \\ -\frac{3^{1/2}}{2}\Gamma^{3/2} + \beta\Gamma^\alpha & \text{if } \Gamma \leq 1 \end{cases} \quad (4.52)$$

$$g(\Gamma) = \begin{cases} a\Gamma + 4b\Gamma^{1/4} - 4c\Gamma^{-1/4} + d \ln \Gamma + e & \text{if } \Gamma > 1 \\ -\frac{1}{3^{1/2}}\Gamma^{3/2} + \frac{\beta}{\alpha}\Gamma^\alpha & \text{if } \Gamma \leq 1 \end{cases} \quad (4.53)$$

である. ここで, 各係数は

$$a = -0.897744, \quad b = 0.95043, \quad c = 0.18956, \quad d = -0.81487, \quad e = -2.5820, \quad (4.54)$$

$$\alpha = 0.92424, \quad \beta = 0.29341 \quad (4.55)$$

で与えられる.

4. 電子・陽電子は相互作用しない理想 Fermi ガスを考える. このとき, 電子・陽電子の数密度 $N_{\text{ele}}, N_{\text{pos}}$ は以下の式で与えられる:

$$N_{\text{ele}} = \frac{8\pi 2^{1/2}}{h^3} m_e^3 c^3 \beta^{3/2} [F_{1/2}(\eta, \beta) + F_{3/2}(\eta, \beta)] \quad (4.56)$$

$$N_{\text{pos}} = \frac{8\pi 2^{1/2}}{h^3} m_e^3 c^3 \beta^{3/2} \left[F_{1/2}\left(-\eta - \frac{2}{\beta}, \beta\right) + F_{3/2}\left(-\eta - \frac{2}{\beta}, \beta\right) \right] \quad (4.57)$$

ここで, m_e は電子質量であり, β と η はそれぞれ,

$$\beta = \frac{k_B T}{m_e c^2}, \quad \eta = \frac{\mu}{k_B T} \quad (4.58)$$

となっている. β は熱運動エネルギーを電子の静止質量エネルギーで割った無次元量になっている. μ は電子の化学ポテンシャルエネルギーであり, η はそれを熱エネルギー $k_B T$ で規格化した無次元量である. μ には電子の静止質量エネルギーを含まない値としている. また, Fermi-Dirac 積分 $F_k(\eta, \beta)$ は下式で与えられる:

$$F_k(\eta, \beta) = \int_0^\infty dx \frac{x^k (1 + \beta x/2)^{1/2}}{1 + \exp(x - \eta)} \quad (4.59)$$

このとき, 陽電子の化学ポテンシャルエネルギーとの関係を考えると,

$$\mu_{\text{pos}} = -\mu - 2m_e c^2 \quad (4.60)$$

$$\eta_{\text{pos}} = -\eta - 2/\beta \quad (4.61)$$

となり, (4.57) が得られる.

また, 原子が完全電離しているという仮定を用いる. このとき, 電荷保存則から

$$N_{\text{ele}} - N_{\text{pos}} = \bar{Z} N_{\text{ion}} = \frac{\bar{Z} \rho}{A m_u} \quad (4.62)$$

が得られる.

(4.56), (4.57), (4.62) を解くことで, 規格化された化学ポテンシャルエネルギー η が求まる. その η を用いて, 圧力, 内部エネルギー, エントロピーはそれぞれ以下で与えられる.

$$P_{\text{ele}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3h^3} m_e^4 c^5 \beta^{5/2} \left[F_{3/2}(\eta, \beta) + \frac{1}{2\beta F_{5/2}(\eta, \beta)} \right] \quad (4.63)$$

$$P_{\text{pos}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3h^3} m_e^4 c^5 \beta^{5/2} \left[F_{3/2}\left(-\eta - \frac{2}{\beta}, \beta\right) + \frac{1}{2\beta F_{5/2}\left(-\eta - \frac{2}{\beta}, \beta\right)} \right] \quad (4.64)$$

$$u_{\text{ele}} = \frac{8\sqrt{2}\pi}{\rho h^3} m_e^4 c^5 \beta^{5/2} [F_{3/2}(\eta, \beta) + \beta F_{5/2}(\eta, \beta)] \quad (4.65)$$

$$u_{\text{pos}} = \frac{8\sqrt{2}\pi}{\rho h^3} m_e^4 c^5 \beta^{5/2} \left[F_{3/2}\left(-\eta - \frac{2}{\beta}, \beta\right) + \beta F_{5/2}\left(-\eta - \frac{2}{\beta}, \beta\right) \right] + \frac{2m_e c^2 N_{\text{pos}}}{\rho} \quad (4.66)$$

$$s_{\text{ele}} = T^{-1} \left(\frac{P_{\text{ele}}}{\rho} + u_{\text{ele}} - \frac{\eta k_B T N_{\text{ele}}}{\rho} \right) \quad (4.67)$$

$$s_{\text{pos}} = T^{-1} \left(\frac{P_{\text{pos}}}{\rho} + u_{\text{pos}} - \frac{\eta k_B T N_{\text{pos}}}{\rho} \right) \quad (4.68)$$

4.4.2 電子・陽電子による寄与の計算

前節を振り返って, 密度 ρ , 温度 T , 原子核組成 \mathbf{X} (また, それから導かれる \bar{A}, \bar{Z}) が与えられた時に, HELMHOLTZ 状態方程式でどのように熱力学的量が与えられるかを考えよう. 状態方程式に寄与する項のうち, 光子, イオン, Coulomb 補正による項はこれらの引数から陽的に簡単に求められる. 一方で, 電子・陽電子に由来する項については, Fermi-Dirac 積分 (4.59) の評価と, (4.62) から η の解を求める必要がある. これらは解析的には解けず, また η の解は陰解法によって求めなければならない. この複雑な計算を, ある (ρ, T, \mathbf{X}) が与えられる度に行うと, 計算コストが非常に大きくなってしまうという問題がある.

そこで HELMHOLTZ 状態方程式では, あらかじめいくつかの (ρ, T) についてこの作業を行い, 結果の表を用意しておく. なお, (4.62) では ρ と \bar{Z}, \bar{A} が縮退しているため, ρ, T の2次元で表を用意すれば十分である. そして, 実際に計算したい (ρ, T, \mathbf{X}) が与えられた際には, (ρ, T) の結果表を補間することで, 近似的に (4.62) の解や求めたい熱力学的量を与える. このような手順を踏まえることで, ある程度の精度を確保しつつ, 高速に状態方程式の計算を行うというのが, HELMHOLTZ 状態方程式の特徴である.

具体的な計算手法を以下で述べる. (ρ, T) の二つを基本量とする熱力学を考える場合には, Helmholtz 自由エネルギー F を用いるのが都合が良い. これは,

$$F = u - Ts \quad (4.69)$$

$$dF = \frac{P}{\rho^2} d\rho - s dT \quad (4.70)$$

で与えられる. もし $F(\rho, T)$ が既知であれば, 例えば

$$P = \rho^2 \left. \frac{\partial F(\rho, T)}{\partial \rho} \right|_T \quad (4.71)$$

$$s = - \left. \frac{\partial F(\rho, T)}{\partial T} \right|_\rho \quad (4.72)$$

のように熱力学量が与えられる. ただし, $F(\rho, T)$ の性質として, Maxwell 関係式

$$\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial \rho} = \frac{\partial^2 F}{\partial \rho \partial T} \quad (4.73)$$

を満たす.

HELMHOLTZ 状態方程式では, まず (ρ, T) を引数とする 2次元の $F(\rho, T)$ とその微分の値の表を ρ_1, ρ_2, \dots と T_1, T_2, \dots のグリッド状の座標で与えておく. そして, $\rho_i \leq \rho < \rho_{i+1}, T_i \leq T < T_{i+1}$ を満たす (ρ, T) での熱力学量が知りたい場合, $(\rho_i, T_i), (\rho_i, T_{i+1}), (\rho_{i+1}, T_i), (\rho_{i+1}, T_{i+1})$ の 4点での F とその微分の値から補間関数 $F(\rho, T)$ を作成することで, 熱力学的量を求める. ただし, 補間関数の $F(\rho, T)$ は, 予め表で与えられた各グリッド座標 (ρ_i, T_i) では (4.73) の関係式を満たしているべきである. さらに, 数値計算という観点からは, Newton-Raphson 法による計算が収束するために, ρ, T のそれぞれに関する 2階微分までの値が各グリッド座標で連続になっているべきである. つまり, 補間に用いる 4点において, $3 \times 3 = 9$ 個の拘束条件が与えられ, 合計 36 個の拘束条件を満たす補間関数 $F(\rho, T)$ を作る必要がある. この条件をみたす補間関数として, 下のような多項式を考える:

$$F(\rho, T) = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^5 C_{ij} \rho^i T^j \quad (4.74)$$

ここで, C_{ij} は 36 個の拘束条件から決まる係数である. なお, ここでは簡単のために, 関数の基底として $\rho^i T^j$ を取っているが, 実際には 5次 Hermite 基底関数を採用している.

各グリッド点における拘束条件は,

$$F, \frac{\partial F}{\partial \rho}, \frac{\partial F}{\partial T}, \frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2}, \frac{\partial^2 F}{\partial T^2}, \frac{\partial^2 F}{\partial \rho \partial T}, \frac{\partial^3 F}{\partial \rho^2 \partial T}, \frac{\partial^3 F}{\partial \rho \partial T^2}, \frac{\partial^4 F}{\partial \rho^2 \partial T^2} \quad (4.75)$$

の計 9 個の値で与えられる. この値は, Timmes 状態方程式 (Timmes and Arnett 1999) を用いて, 浮動小数の精度で正確に求めておく. Timmes 状態方程式では, (4.62) の解と上記の 9つの値を, 多大な計算コストと引き換えに, 任意精度で求めることが出来る状態方程式である. また, この際には $\bar{A} = \bar{Z} = 1$ (100% ^1H の場合に相当) の仮定の下で計算する. 具体的に計算したい (ρ, T, \mathbf{X}) が与えられた際には, $\rho \rightarrow \rho \bar{Z} / \bar{A}$ とした密度を用いて表の補間を行う ((4.62) 参照). これにより, 電子・陽電子の状態方程式への寄与が求まる. 残りの光子, イオン, クーロン補正による項は先に述べた方法で求めることが出来る. 最終的に, 全ての項による寄与を足し合わせれば, 求めたい熱力学的量を得ることが出来る.

4.5 原子核反応

WD の原子核反応について, 本研究では 13 種類の原子核の組成とそれらの間の反応を考慮している. この原子核反応のセットは, Timmes (1999) によって導入され the Center

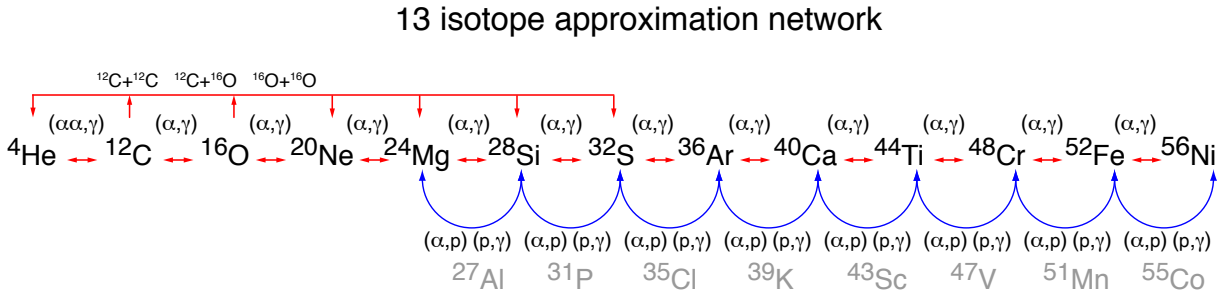


図 4.1: Aprox13 で組み込まれている原子核反応. <http://cococubed.asu.edu/>より引用.

for Astrophysical Thermonuclear Flashes at the University of Chicago によって開発された FLASH (Fryxell et al. 2000) のモジュール Aprox13 として組み込まれている. 本研究ではこの Aprox13 を用いて原子核反応を計算している. 本節の記述は (Fryxell et al. 2000) の第 5 章に基いている.

まず, Aprox13 の概要について述べる. 考慮している 13 種類の原子核を列挙すると, ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, ${}^{32}\text{S}$, ${}^{36}\text{Ar}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ti}$, ${}^{48}\text{Cr}$, ${}^{52}\text{Fe}$, ${}^{56}\text{Ni}$, である. これらの原子核のセットは通常 α -chain network と呼ばれる. また, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, ${}^{32}\text{S}$, ${}^{36}\text{Ar}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ti}$ をまとめて Intermediate Mass Elements (IMEs) と呼び, ${}^{48}\text{Cr}$, ${}^{52}\text{Fe}$, ${}^{56}\text{Ni}$ をまとめて Iron Group Elements (IGEs) と呼ぶ. Aprox13 の役割は, 与えられた密度, 温度 (あるいは内部エネルギー), 原子核組成の下で, これらの原子核間の原子核反応率を計算することである. それにより, 原子核組成の時間変化と, それによって解放される原子核エネルギーの生成率 $\dot{\epsilon}_{\text{nuc}}$ を与える. もちろん, 現実にはこの 13 種類だけではなく, 他の種類の原子核も原子核反応によって生じるため, 厳密に正確な核組成やエネルギー生成率を与える訳ではない. しかし, 多数の原子核及びそれらの間の原子核反応を考慮するという事は, それだけ計算コストが大きくなるということを意味する. これは, 特に流体の運動と原子核反応を同時に解こうとする場合には大きな問題となる. Aprox13 の利点は, 13 種類という少数の原子核を考慮することで計算コストを減らしつつ, 原子核組成やエネルギー生成率の評価の誤差を小さく抑えている, という点にある. 具体的には, ヘリウム燃焼から核種平衡分布に至るまでの原子核組成をおおむね正しく追うことができ, 熱核反応によるエネルギー生成率を, より多数の原子核 (例えば 489 種類) を考慮した場合のそれと比べて, $\sim 30\%$ 以内の誤差の範囲で求めることが出来る (Timmes et al. 2000) .

以下に, 原子核反応の計算法の詳細を述べる. ここでは, 原子核のインデックスとして a, b, \dots を用いる. 原子核 a に関して, 陽子数を Z_a , 中性子数を A_a 束縛エネルギーを B_a , 質量密度を ρ_a , 数密度を n_a とする. また, 全質量密度を $\rho = \sum_a \rho_a$, 温度を T とする. このときに, 質量割合を $X_a = \rho_a / \rho = n_a A_a m_u / \rho$, abundance を $Y_a = X_a / A_a = n_a m_u / \rho$ とする. また, $\mathbf{Y} = Y_a$ のようなベクトル表記によって, 原子核のセットを表す.

一般に, 原子核 a の abundance についての連続の式は以下である.

$$\frac{dY_a}{dt} + \nabla \cdot (Y_a \mathbf{v}_a) = \dot{R}_a \quad (4.76)$$

ここで, \dot{R}_a は全ての原子核反応による a の abundance の時間変化率であり, 2 体反応のみ

を考えれば,

$$\dot{R}_a = \sum_{b,c} [-Y_a Y_b \lambda_{bc}(a) + Y_d Y_c \lambda_{cb}(d)] \quad (4.77)$$

となる。ここで、右辺第一項は2体反応 $a(b, c)d$ による a の消滅に相当し、第二項はその逆反応による寄与である。 $\lambda_{bc}, \lambda_{cb}$ はそれらの反応率に相当する。なお、ここでは β 崩壊のような1体反応や、triple- α 反応 ${}^4\text{He}(\alpha, \gamma){}^{12}\text{C}$ のような3体反応を考慮していないが、原子核 a に応じて (4.77) の右辺にそれらの反応を同様に加える。

以降、(4.76) 左辺第二項の Y_a の散逸に相当する項を0とする近似を用いる。この近似が妥当である理由として、以下の二つが挙げられる。第一に、 Y_a の散逸のタイムスケールは、多くの場合で粘性散逸や熱散逸のタイムスケールに比べて十分大きいという点がある。第二に、数値計算の手法として、operator splitting と呼ばれる方法を用いることがある。operator splitting では、与えられたタイムステップの間、いくつかの物理過程を分離して、独立に解くことで数値計算を行う。例えば、本研究においても、各タイムステップにおいては、まず原子核反応を解いたあとで、その原子核反応による影響を考慮した流体力学の基礎方程式を解いている (4.6.4 節参照)。この operator splitting を用いれば、 Y_a の散逸の影響を考慮したい場合でも、まず (4.76) の散逸項を0にして計算を行い、後から散逸過程を計算すればよい。

以上の2つの理由により、(4.76) の散逸項を無視することで、

$$\frac{dY_a}{dt} = \dot{R}_a \quad (4.78)$$

という常微分方程式を得る。複数の原子核を考慮すれば、

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}(\mathbf{Y}) = \tilde{\mathbf{J}}\mathbf{Y} \quad (4.79)$$

となる。ここで、 $\tilde{\mathbf{J}} = \partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{Y}$ はヤコビアンである。(4.77), (4.78), (4.79) より、各原子核反応を考慮して $\tilde{\mathbf{J}}$ を構成することで、 $\dot{\mathbf{Y}}$ を求めることが出来るということが分かる。

以下に、 ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ 反応を例にとって、この反応が $\tilde{\mathbf{J}}$ にどのように寄与するかを考える。この反応率を $\lambda = \lambda(\rho, T)$ とし、(4.78) に相当する式を書くと、

$$\dot{Y}({}^4\text{He}) = -Y({}^4\text{He})Y({}^{12}\text{C})\lambda + \dots \quad (4.80)$$

$$\dot{Y}({}^{12}\text{C}) = -Y({}^4\text{He})Y({}^{12}\text{C})\lambda + \dots \quad (4.81)$$

$$\dot{Y}({}^{16}\text{O}) = +Y({}^4\text{He})Y({}^{12}\text{C})\lambda + \dots \quad (4.82)$$

となる。ここで、 \dots は他の原子核反応による寄与を表す。また、右辺第一項の正負はそれぞれ ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ 反応によって、 ${}^4\text{He}$ と ${}^{12}\text{C}$ は減少し、 ${}^{16}\text{O}$ は増加することを意味している。 $\tilde{\mathbf{J}}$ への寄与に書き直せば、

$$\tilde{J}({}^4\text{He}, {}^4\text{He}) = -Y({}^{12}\text{C})\lambda + \dots, \quad \tilde{J}({}^4\text{He}, {}^{12}\text{C}) = -Y({}^4\text{He})\lambda + \dots, \quad (4.83)$$

$$\tilde{J}({}^{12}\text{C}, {}^4\text{He}) = -Y({}^{12}\text{C})\lambda + \dots, \quad \tilde{J}({}^{12}\text{C}, {}^{12}\text{C}) = -Y({}^4\text{He})\lambda + \dots, \quad (4.84)$$

$$\tilde{J}({}^{16}\text{O}, {}^4\text{He}) = -Y({}^{12}\text{C})\lambda + \dots, \quad \tilde{J}({}^{16}\text{O}, {}^{12}\text{C}) = -Y({}^4\text{He})\lambda + \dots, \quad (4.85)$$

となる。こうした計算を全ての考慮している原子核反応について行うことで、 \tilde{J} を得る。

次に、Aprox13で考慮している原子核反応について説明する。下記に、原子核反応を列挙する (図 4.1 参照)。

- ^{12}C から ^{56}Ni までの (α, γ) 反応とその逆反応である (γ, α) 反応
- triple- α 反応: $^4\text{He}(\alpha\alpha, \gamma)^{12}\text{C}$
- $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \gamma)^{24}\text{Mg}$
- $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \gamma)^{28}\text{Si}$
- $^{16}\text{O}(^{16}\text{O}, \gamma)^{24}\text{S}$
- ^{27}Al , ^{31}P , ^{35}Cl , ^{39}K , ^{43}Sc , ^{47}V , ^{51}Mn , ^{55}Co を中間生成物として介した, $(\alpha, p)(p, \gamma)$ 反応と, その逆反応の $(\gamma, p)(p, \alpha)$ 反応

ここで、最後の反応については、中間生成物は即座に消費されるとして実際の計算では (α, γ) 反応または (γ, α) 反応とまとめて取り扱っている。これらの各原子核反応に関する反応率 $\lambda_{b,c}(d)$ は、密度 ρ と温度 T を引数とする関数になっている。具体的な関数形は、少ない原子核種数で正確な組成変化率、エネルギー生成率を与えられるように、人為的に調整された密度と温度を引数とする関数が与えられている。

\tilde{J} を求めたあとは、連立常微分方程式 (4.79) を解くことで、 \dot{Y} が得られる。さらに、核反応によるエネルギー生成率 $\dot{\epsilon}_{\text{nuc}}$ は、

$$\dot{\epsilon}_{\text{nuc}} = N_A \sum_a B_a \frac{dY_a}{dt} \quad (4.86)$$

で得られる。

数値計算においては、微小時間 dt を有限のタイムステップ Δt に置き換えて計算する。本研究では、通常は Δt の時間中は密度 ρ と温度 T は時間変化しないという近似の下で、Hydrostatic に上記の原子核反応を与えられた ρ, T の下で解いている。しかし、この近似を用いるには Δt が十分小さくなければいけない。具体的などの程度の Δt の値を取るべきなのかが、Raskin et al. (2010) によって調べられている。それによると、光分解反応 (γ, α) 反応が効く場合では、 λ の温度依存性が非常に大きくなるため、 $\Delta t \lesssim 10^{-12} \text{s}$ としなければならない。しかし、これほど小さい Δt を取ると、計算コストが非常に大きくなってしまう。そこで、本研究では光分解反応が重要になりうる領域である、 $\rho > 5 \times 10^7 \text{ g cm}^{-3}$ かつ $T > 3 \times 10^9 \text{ K}$ においては陰解法を用い、それ以外の場合は陽解法を用いて原子核反応を解いている。陽解法の場合は、単純に初期時刻の密度 ρ_i と温度 T_i を用いて \tilde{J} の計算を行う。陰解法の場合には、まずあるタイムステップの終了時刻での温度が $T_{f, \text{guess}}$ であると予測し、 ρ_i と $T_{f, \text{guess}}$ を用いて \tilde{J} を計算して、

$$\Delta \epsilon_{\text{nuc}} = \dot{\epsilon}_{\text{nuc}} \Delta t \quad (4.87)$$

を得る。さらに、核反応後の内部エネルギーを $u_f^0 = u_i + \Delta \epsilon_{\text{nuc}}$ によって求め、HELMHOLTZ 状態方程式から決まる温度 $T_f' = T(\rho_i, u_f^0)$ を求める。最初に予測した温度 $T_{f, \text{guess}}$ と T_f' の誤差が十分小さくなるまで $T_{f, \text{guess}}$ を変化させて、許容される誤差に収まったときの解を、そのタイムステップにおける解として用いる。

4.6 SPH 法

本研究で用いた数値シミュレーションでは、粒子法の一つである Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法を用いている。本節では、その手法について説明する。まず SPH 法の導入として、粘性を持たない完全流体の SPH 法による定式化について述べる。次に、SPH 法における人工粘性と自己重力の導入法について述べ、最後に本研究で用いている計算法の詳細について述べる。

なお本節では、特に明記しない限りあるベクトル量 \mathbf{A} に関し $\mathbf{A}_{ij} = \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_j$ 、あるスカラー量 B に関し $B_{ij} = (B_i + B_j)/2$ 、という表記法を用いる。

4.6.1 完全流体の SPH 法による記述

SPH 法では、固有の質量と広がりを持った粒子 (SPH 粒子) の集合によって流体を表現する。 N 個の SPH 粒子を用いて流体を表すとして、SPH 粒子 i ($i = 1, 2, \dots, N$) の質量と座標を m_i, \mathbf{r}_i とする。SPH 法においては、 \mathbf{r}_i での密度 $\rho_i := \rho(\mathbf{r}_i)$ を、SPH 粒子の質量の重ね合わせによって見積もる。具体的には、下記の式で ρ_i を求める。

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h_i) \quad (4.88)$$

ここで、 $W(r, h)$ はカーネル関数と呼ばれる SPH 粒子の広がりを表す関数であり、通常は球対称な分布を考える。さらに、

$$\int dV W(r, h) = 1, \lim_{r \rightarrow \infty} W(r, h) = 0 \quad (4.89)$$

の性質をみたすものを取る。以降、

$$W_{ij}(h_i) := W(r_{ij}, h_i) \quad (4.90)$$

$$r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \quad (4.91)$$

という表記を用いる。また、smoothing 長 h_i は、

$$h_i = \eta(m_i/\rho_i)^{1/D} \quad (4.92)$$

とする。ここで、 $D = 3$ は空間の次元の数、 η は i によらない定数である。

このような定式化を用いて、完全流体 (粘性を持たない流体) の基礎方程式がどのように表されるかを考えよう。完全流体の Lagrangian は以下のように表される。

$$L = \int dV \rho(\mathbf{r}) \left(\frac{\mathbf{v}^2}{2} - u(\rho, s) \right) \quad (4.93)$$

ここで、 s は単位質量あたりのエントロピーである。この積分を離散化するに辺り、ある流体素片 ρdV を、 m_i の質量を持つ SPH 粒子で置き換える。離散化された Lagrangian は

$$L = \sum_i m_i \left(\frac{\mathbf{v}_i^2}{2} - u_i \right) \quad (4.94)$$

となる. この Lagrangian に対する Euler-Lagrange 方程式は

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i} = 0, \quad (4.95)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\frac{1}{m_i} \sum_j m_j \left. \frac{\partial u_j}{\partial \rho_j} \right|_s \frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} \quad (4.96)$$

となる. ここで, m_i は時間変化しないとしている. これにより, 質量保存則 $d \sum_i m_i / dt = 0$ を満たし, 連続の式 (4.5) を解く必要はない.

また, 今はエネルギー散逸は無視しているため, 断熱過程を考えてエントロピーが一定としている. その際の熱力学第一法則は下記で与えられる.

$$du = \frac{P}{\rho^2} d\rho \quad (4.97)$$

よって,

$$\left. \frac{\partial u_j}{\partial \rho_j} \right|_s = \frac{P_j}{\rho_j^2} \quad (4.98)$$

となる. また, (4.88), (4.92) より,

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} = \sum_k m_k \frac{\partial W(r_{jk}, h_j)}{\partial \mathbf{r}_i} \quad (4.99)$$

$$= \sum_k m_k \left[\left. \frac{\partial W(r_{jk}, h_j)}{\partial r_{jk}} \right|_{h_j} \frac{\partial r_{jk}}{\partial \mathbf{r}_i} + \left. \frac{\partial W(r_{jk}, h_j)}{\partial h_j} \right|_{r_{jk}} \frac{\partial h_j}{\partial \mathbf{r}_i} \right] \quad (4.100)$$

となる. さらに, 以下の関係式を用いる.

$$\frac{\partial r_{jk}}{\partial \mathbf{r}_i} = (\delta_{ji} - \delta_{ki}) \mathbf{e}_{jk} \quad (4.101)$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial \mathbf{r}_i} = \frac{\partial h_j}{\partial \rho_j} \frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} \quad (4.102)$$

ここで, $\mathbf{e}_{jk} = \mathbf{r}_{jk} / r_{jk}$ は \mathbf{r}_{jk} 方向の単位ベクトルであり, (4.92) より, $h_i = h_i(m_i, \rho_i)$ で m_i が一定であることを用いた. これらを用いると, (4.100) は

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} = \sum_k m_k \left[(\delta_{ji} - \delta_{ki}) \nabla_{jk} W_{jk}(h_j) + \frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} \frac{\partial h_j}{\partial \rho_j} \frac{W(r_{jk}, h_j)}{\partial h_j} \right] \quad (4.103)$$

となる. よって,

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} = \frac{1}{\Omega_j} \sum_k m_k (\delta_{ji} - \delta_{ki}) \nabla_{jk} W_{jk}(h_j) \quad (4.104)$$

ここで,

$$\Omega_j = 1 - \frac{\partial h_j}{\partial \rho_j} \sum_k m_k \frac{\partial W_{jk}(r_{jk}, h_j)}{\partial h_j} \quad (4.105)$$

が導かれる. δ_{ij} はクロネッカーの δ である. また, Ω_i は grad-h 項と呼ばれる.

これらを用いると, (4.96) は,

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\frac{1}{m_i} \sum_j m_j \frac{P_j}{\Omega_j \rho_j^2} \sum_k m_k (\delta_{ji} - \delta_{ki}) \nabla_{jk} W_{jk}(h_j) \quad (4.106)$$

$$= -\frac{P_i}{\Omega_i \rho_i^2} \sum_k m_k \nabla_{ik} W_{ik}(h_i) + \sum_j \frac{P_j}{\Omega_j \rho_j^2} \nabla_{ji} W_{ji}(h_j) \quad (4.107)$$

$$= -\sum_j m_j \left[\frac{P_i}{\Omega_i \rho_i^2} \nabla_{ij} W_{ij}(h_i) + \frac{P_j}{\Omega_j \rho_j^2} \nabla_{ij} W_{ij}(h_j) \right] \quad (4.108)$$

となる.

また, エネルギー方程式は (4.97) を用いれば,

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{P_i}{\rho_i^2} \frac{d\rho_i}{dt} \quad (4.109)$$

であり,

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \left[\frac{dr_{ij}}{dt} \frac{\partial W(r_{ij}, h_i)}{\partial r_{ij}} + \frac{dh_i}{dt} \frac{\partial W(r_{ij}, h_i)}{\partial h_i} \right] \quad (4.110)$$

$$= \sum_j m_j \left[\mathbf{v}_{ij} \frac{\partial r_{ij}}{\partial \mathbf{r}_{ij}} \frac{\partial W(r_{ij}, h_i)}{\partial r_{ij}} + \frac{d\rho_i}{dt} \frac{\partial h_i}{\partial \rho_i} \frac{\partial W(r_{ij}, h_i)}{\partial h_i} \right] \quad (4.111)$$

$$= \frac{1}{\Omega_i} \sum_j m_j \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_{ij} W_{ij}(h_i) \quad (4.112)$$

となるから, (4.109) は,

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{P_i}{\Omega_i \rho_i^2} \sum_j m_j \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_{ij} W_{ij}(h_i) \quad (4.113)$$

となり, エネルギー方程式が得られた. これと運動方程式 (4.108) が, 完全流体の場合の流体の基礎方程式である.

4.6.2 SPH 法における人工粘性

これまでの議論では, 粘性による速度・エネルギー散逸を無視してきた. しかし, これでは衝撃波を正しく取り扱えないという問題がある. この問題を解決するため, 通常は人工粘性項を運動方程式, エネルギー方程式に加えるという手法が用いられる. 特に, Monaghan (1997) が導入した手法では, Riemann ソルバーのアナロジーとして人工粘性項を取り入れることで, 衝撃波といった不連続面を扱えるようにしている. Riemann ソルバーとは, Riemann 問題 (異なる 2 つの一定状態から成る不連続面を初期条件とする初期値問題) を解決する手法のことである.

Monaghan (1997) では, ある保存量 A ($\sum_i m_i dA_i/dt = 0$ を満たす) の時間発展の方程式に, 下記のような散逸項を加える:

$$\left(\frac{dA_i}{dt} \right)_{\text{diss}} = \sum_j m_j \frac{\alpha^A v_{ij}^{A, \text{sig}}}{\rho_{ij}} (A_i - A_j) \mathbf{e}_{ij} \cdot \overline{\nabla_{ij} W_{ij}} \quad (4.114)$$

ここで, α_A は A に関する散逸係数, また,

$$\overline{\nabla_{ij} W_{ij}} = \frac{1}{2} (\nabla_{ij} W_{ij}(h_i) + \nabla_{ij} W_{ij}(h_j)) \quad (4.115)$$

$v_{ij}^{\text{sig},A}$ は i 粒子と j 粒子の間で情報が伝達する速度である.

(4.114) を運動量に対して適用することで, 下記の式が得られる.

$$\left(\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \right)_{\text{diss}} = \sum_j m_j \frac{\alpha v_{ij}^{\text{sig}} \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{e}_{ij}}{\rho_{ij}} \overline{\nabla_{ij} W_{ij}} \quad (4.116)$$

$v^{A,\text{sig}}$ に何を採用するかについてはいくつかの流儀があるが, 本研究では v^{sig} については Dukowicz (1985) に基づいて, Monaghan (1997) によって導入された

$$v_{ij}^{\text{sig}} = c_{s,i} + c_{s,j} - 3 \min(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{e}_{ij}, 0) \quad (4.117)$$

を採用する.

同様に, 単位質量あたりの全エネルギー ($\epsilon_i = u_i + v_i^2/2$) に対しても適用すると,

$$\left(\frac{d\epsilon_i}{dt} \right)_{\text{diss}} = \sum_j m_j \frac{\epsilon_i^* - \epsilon_j^*}{\rho_{ij}} \mathbf{e}_{ij} \cdot \overline{\nabla_{ij} W_{ij}} \quad (4.118)$$

である. ただし, ここで

$$\epsilon_i^* = \frac{1}{2} (\alpha v_{ij}^{\text{sig}} (\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{e}_{ij})^2 + \alpha^u v_{ij}^{u,\text{sig}} u_i) \quad (4.119)$$

を取る. さらに,

$$\frac{du}{dt} = \frac{d\epsilon}{dt} - \mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (4.120)$$

を用いれば, (4.118) を内部エネルギー u の散逸に置き換える事ができて,

$$\left(\frac{du_i}{dt} \right)_{\text{diss}} = - \sum_j \frac{m_j}{\rho_{ij}} \left[\frac{1}{2} \alpha v_{ij}^{\text{sig}} (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{e}_{ij})^2 + \alpha^u v_{ij}^{u,\text{sig}} (u_i - u_j) \right] \mathbf{e}_{ij} \cdot \overline{\nabla_{ij} W_{ij}} \quad (4.121)$$

を得る. ただし, 4.6.4 節で後述するが, 本研究で用いた SPH 法では $\alpha^u = 0$ としているため, 以降はこの内部エネルギー散逸の寄与は考えない.

衝撃波のような不連続面を扱えるように, このような人工粘性項を導入したが, これに伴う弊害もある. それは, 降着円盤のようなシア運動が起こっているところで, 本来働くべきではない粘性が働いてしまうという点である. この問題を解決する手法として, 例えば Balsara switch (Balsara 1995) の導入や, 人工粘性係数 α を時間変化させるという手法 (Morris and Monaghan 1997) がある.

Balsara switch では, 人工粘性項に以下の係数 $f_{ij} = (f_i + f_j)/2$ を乗じる:

$$f_i = \frac{|\nabla \cdot \mathbf{v}_i|}{|\nabla \cdot \mathbf{v}_i| + |\nabla \times \mathbf{v}_i| + 0.0001 c_{s,i}/h_i} \quad (4.122)$$

この係数の果たす役割について考えよう。圧縮のみの状況であれば、 $\nabla \cdot \mathbf{v}_i \neq 0$ かつ $\nabla \times \mathbf{v}_i = 0$ なので、 f_i は 1 に漸近し、人工粘性は抑制されない。一方でシア運動においては、 $\nabla \cdot \mathbf{v}_i = 0$ かつ $\nabla \times \mathbf{v}_i \neq 0$ となり、 $f_i \ll 1$ で人工粘性は抑制される。これが Balsara switch の役割である。

Morris and Monaghan (1997) による手法では、 α を以下のように時間発展させる：

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = \frac{\alpha_i - \alpha_{\min}}{\tau_i} + S_i \quad (4.123)$$

$$\tau_i = \frac{h_i}{\xi c_{s,i}} \quad (4.124)$$

$$S_i = \max[-(\nabla \cdot \mathbf{v}_i)(\alpha_{\max} - \alpha_i), 0] \quad (4.125)$$

ただし、 S_i に関しては、によって導入された式を用いて、 α の上限を α_{\max} に制限している。ここで、 ξ は定数であり、本研究では $\xi = 0.25$ に取っている。また、 $\alpha_{\min} = 0.1, \alpha_{\max} = 2$ と取っている。この微分方程式の振舞いを考えると、 $\nabla \mathbf{v}_i = 0$ の場合は指数関数的に τ_i のタイムスケールで α_{\min} に漸近して人工粘性が抑制される。一方、 $\nabla \cdot \mathbf{v}_i < 0$ で圧縮が生じている箇所では source 項 S_i によって人工粘性が働く。本研究では、これら 2 つの手法を併用した人工粘性を用いている。

4.6.3 WD の自己重力

WD の自己重力の計算には Price and Monaghan (2007) の手法を用いた。この手法では、単位質量あたりの重力ポテンシャル $\Phi(\mathbf{r})$ を以下のように計算する：

$$\Phi(\mathbf{r}) = G \sum_i m_i \phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|, h), \quad (4.126)$$

$$\phi(r, h) = -\frac{1}{(r^2 + h^2)^{1/2}} \quad (4.127)$$

さらに、完全流体の Lagrangian(4.93) に自己重力の項 L_{grav} が加わった自己重力を持つ完全流体を考える。それに対し、4.6.1 節と同様の考察を行うことで、SPH 法での自己重力の表式を求めよう。

(4.94) に対応する自己重力流体の Lagrangian は

$$L = \sum_i m_i \left(\frac{\mathbf{v}_i^2}{2} - \Phi_i - u_i \right) \quad (4.128)$$

となる。Euler-Lagrange 方程式 (4.95) を計算すると、

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{\partial L_{\text{grav}}}{\partial \mathbf{r}_i} - \sum_j m_j \frac{\partial u_j}{\partial \rho_j} \bigg|_s \frac{\partial \rho_j}{\partial \mathbf{r}_i} \quad (4.129)$$

となる. ここで, $\partial L_{\text{grav}}/\partial \mathbf{r}_i$ が自己重力による i 粒子への重力加速度に相当する. 自己重力の寄与 L_{grav} は

$$L_{\text{grav}} = - \sum_i m_i \Phi_i \quad (4.130)$$

$$= -\frac{G}{2} \sum_i \sum_j m_i m_j \phi_{ij}(h_i) \quad (4.131)$$

$$= -\frac{G}{4} \sum_i \sum_j m_i m_j [\phi_{ij}(h_i) + \phi_{ij}(h_j)] \quad (4.132)$$

となる. ここで, i と j に関する和の対称性を用いた. また, $\phi_{ij}(h_i) := \phi_{ij}(r_{ij}, h_i)$ とした. (4.131) を用いて $\partial L_{\text{grav}}/\partial \mathbf{r}_i$ を計算する:

$$\frac{\partial L_{\text{grav}}}{\partial \mathbf{r}_i} = -\frac{G}{2} \sum_j \sum_k m_j m_k \left[\frac{\partial \phi_{jk}(h_j)}{\partial r_{jk}} \Big|_{h_j} \frac{\partial r_{jk}}{\partial \mathbf{r}_i} + \frac{\partial \phi_{jk}(h_j)}{\partial h_j} \Big|_{r_{jk}} \frac{\partial h_j}{\partial \mathbf{r}_i} \right] \quad (4.133)$$

さらに, (4.101), (4.102), (4.104) を用いて, 4.6.1 節と同様の計算を行うことで, 下式を得る.

$$\frac{1}{m_i} \frac{\partial L_{\text{grav}}}{\partial \mathbf{r}_i} = \mathbf{g}_{1,i} + \mathbf{g}_{2,i} \quad (4.134)$$

$$= -\frac{G}{2} \sum_j m_j \mathbf{e}_{ij} \left[\frac{\partial \phi_{ij}(h_i)}{\partial r_{ij}} + \frac{\partial \phi_{ij}(h_j)}{\partial r_{ij}} \right] - \frac{G}{2} \sum_j m_j \left[\frac{\zeta_i}{\Omega_i} \nabla_{ij} W_{ij}(h_i) + \frac{\zeta_j}{\Omega_j} \nabla_{ij} W_{ij}(h_j) \right] \quad (4.135)$$

$$\zeta_i := \frac{\partial h_i}{\partial \rho_i} \sum_j m_j \frac{\partial \phi_{ij}(h_i)}{\partial h_i} \quad (4.136)$$

これが, i 粒子への自己重力加速度である.

ここで, (4.127) より, $\partial \phi(r, h)/\partial r$ は有限の距離 r では 0 にならないことに注意が必要である. この場合, $\mathbf{g}_{1,i}$ の j についての和は $j = 1, 2, \dots, N$ の N 個全ての粒子について取らなければならない. なお, $\mathbf{g}_{2,i}$ については, $\partial W(r, h)/\partial r$ が有限の距離 $r = H$ より遠方では 0 になるような $W(r, h)$ を取ることで, i 粒子周りの少数個の粒子のみの和に抑える事ができる. $\mathbf{g}_{1,i}$ に関しては, この性質のため単純にはオーダー $O(N^2)$ の計算量が必要となり, 計算コストが大きい. そこで, 本研究ではツリー法という手法を用いることで, 重力を近似的に評価し, 計算量を $O(N \log N)$ に削減している. ツリー法の詳細について以下で簡単に説明する. まず, 計算領域 (今の場合は SPH 粒子の集合) を粒子分布に従って階層的に分割し, 枝構造を作る. この構造に基づいて, i 粒子への寄与を考慮する際には, i 粒子からある程度離れた粒子からの寄与をまとめて, それらの属する枝からの力で近似して評価することで, 計算を簡素化する. 本研究では, FDPS を用いることでツリー法の実装がなされている (Iwasawa et al. 2016a,b). なお, ツリー法の詳細については, 例えば富阪 et al. (2007) 第6章を参照されたい.

4.6.4 本研究で用いた SPH 法の詳細

次に, 本研究で用いた SPH 法の詳細を述べる. なお, 手法の概要については, 4.1 節で述べている. 追記する点として, 本研究では時間発展にリープフロッグ法と予測子修正子法 (Predictor-Corrector 法) を用い, カーネル関数には Wendland C^2 kernel を用いている.

Wendland C^2 kernel ではカーネル関数 $W(r, h)$ は以下のように表される:

$$W(r, h) = H^{-D}w(r/H) \quad (4.137)$$

$$H = C_{H/h}h \quad (4.138)$$

$$w(q) = C_W(1 - q)_+^3(1 + 3q) \quad (4.139)$$

$$\frac{\partial w(q)}{\partial q} = 3C_W [(1 - q)_+^3 - (1 - q)_+^2(1 + 3q)], \quad (4.140)$$

各係数は $D = 3$ のとき, $C_{H/h} = 1.936492$, $C_W = 21/(2\pi)$ である. カーネル半径 H は, $r > H$ のときに $W(r, H) = 0$ となる H である. 下付き添字の $+$ は, $(x)_+ = \max(x, 0)$ を意味する. また, (4.92) 中の η は, この kernel の場合は $\eta = 1.6$ である.

以上の点を踏まえ, 本研究での計算手法の詳細を述べる. 4.7 節で述べる手法で初期条件を与えた後, 各タイムステップ毎に下記の手順で時間発展を計算する.

1. タイムステップ Δt を以下の手順で決める. まず, i 粒子のタイムステップ Δt_i を以下のように求める.

$$\Delta t_i = \min(\Delta t_{\max}, \Delta t_{h,i}, \Delta t_{c,i}, \Delta t_{g,i}) \quad (4.141)$$

$$\Delta t_{\max} = 2^{-8} \text{ s} \quad (4.142)$$

$$\Delta t_{h,i} = C_{\text{time}} \frac{h_i}{v_{i,\max}^{\text{sig}}} \quad (4.143)$$

$$\Delta t_{c,i} = \begin{cases} -C_{\text{time}}(\nabla \cdot \mathbf{v}_i)^{-1} & \text{for } \nabla \cdot \mathbf{v}_i < 0 \\ \Delta t_{\max} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.144)$$

$$\Delta t_{g,i} = C_{\text{time}} \left(\frac{h_i}{|\mathbf{g}_{\text{WD},i}|} \right)^{1/2} \quad (4.145)$$

$$(4.146)$$

ここで, $C_{\text{time}} = 0.1$ としている. また,

$$v_{i,\max}^{\text{sig}} = \max_{j(r_{ij} < H_i)} v_{ij}^{\text{sig}} \quad (4.147)$$

である. なお, ここでは $r_{ij} < H_i$ を満たす j に関する最大値を考える. さらに, $\Delta t = \min_i \Delta t_i$ によって Δt を定める.

2. Aprox13 を用いて原子核反応を計算する. 引数としては $\Delta t, \rho_i^{(0)}, u_i^{(0)}, T_i^{(0)}, \{X_{a,i}^{(0)}\}$ を与え, 4.5 節で述べたように計算する. なお, 上付き添字 (0) は各タイムステップの初期時刻での物理量であることを示す. 以下, 初期時刻から $\Delta t/2$ 後のそれを (1/2) を付けて示し, Δt 後の (1) は省略する. これにより, $\Delta \epsilon_{\text{nuc},i}$ と $\{X_{a,i}\}$ を得る.

3. 座標 \mathbf{r}_i を計算し、その他の物理量を予測する:

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i^{(0)} + \mathbf{v}_i^{(0)} \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{a}_i^{(0)} \Delta t^2, \quad (4.148)$$

$$\mathbf{v}_i^{(1/2)} = \mathbf{v}_i^{(0)} + \frac{1}{2} \mathbf{a}_i^{(0)} \Delta t, \quad (4.149)$$

$$u_i^{(1/2)} = u_i^{(0)} + \frac{1}{2} \dot{u}_i^{(0)} \Delta t \quad (4.150)$$

$$\alpha_i^{(1/2)} = \alpha_i^{(0)} + \frac{1}{2} \dot{\alpha}_i^{(0)} \Delta t, \quad (4.151)$$

$$\alpha_i^{\text{u},(1/2)} = \alpha_i^{\text{u},(0)} + \frac{1}{2} \dot{\alpha}_i^{\text{u},(0)} \Delta t, \quad (4.152)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i^{(0)} + \mathbf{a}_i^{(0)} \Delta t, \quad (4.153)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i^{(0)} + \dot{\mathbf{u}}_i^{(0)} \Delta t + \Delta \epsilon_{\text{nuc},i}, \quad (4.154)$$

$$\tilde{\alpha}_i = \alpha_i^{(0)} + \dot{\alpha}_i^{(0)} \Delta t \quad (4.155)$$

ここで、上付きの \sim は暫定的に予測された物理量であることを示し、後述する手順によって修正される。

4. 反復法によって、密度とカーネル半径を求める。

(a) 密度を下記の式で求める:

$$\rho_i = \sum_j m_j W_i \quad (4.156)$$

ここで、 $W_i = W_{ij}(h_i) = W(r_{ij}, h_i)$ である。

(b) 求めた密度を用いてカーネル半径を計算する:

$$H_i = \max \left[C_{H/h} \times \eta \left(\frac{m_i}{\rho_i} \right)^{1/D}, H_{\max} \right], \quad (4.157)$$

ここで、 H_{\max} は初期の WD と BH の距離である。

(c) 上記の手順を 3 回繰り返す。

5. 下記の物理量を更新する:

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_i = -\frac{1}{\Omega_i \rho_i} \sum_j \tilde{\mathbf{v}}_{ij} \cdot \left[m_j \frac{\partial W_i}{\partial r_{ij}} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} \right], \quad (4.158)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{v}}_i = \frac{1}{\Omega_i \rho_i} \sum_j \tilde{\mathbf{v}}_{ij} \times \left[m_j \frac{\partial W_i}{\partial r_{ij}} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} \right], \quad (4.159)$$

$$\Omega_i = 1 + \frac{1}{D} \frac{h_i}{\rho_i} \sum_j m_j \frac{\partial W_i}{\partial h_i}, \quad (4.160)$$

$$\bar{A}_i = \frac{1}{\sum_a X_{a,i}/A_a} \quad (4.161)$$

$$\bar{Z}_i = \bar{A}_i \sum_a \left(\frac{Z_a}{A_a} X_{a,i} \right), \quad (4.162)$$

6. HELMHOLTZ 状態方程式を計算し、熱力学的量を更新する。4.4 節を参照。これにより、 \tilde{P}_i , $\tilde{c}_{s,i}$, \tilde{T}_i を得る。

7. 加速度と内部エネルギーの時間微分を計算する。

(a) Balsara switch 項を求める:

$$f_i = \frac{|\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_i|}{|\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_i| + |\nabla \times \tilde{\mathbf{v}}_i| + 0.0001\tilde{c}_{s,i}/h_i}. \quad (4.163)$$

(b) WD の自己重力を計算する:

$$\mathbf{g}_{1,i} = -\frac{G}{2} \sum_j m_j \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} \left[\frac{\partial \phi(r_{ij}, h_i)}{\partial r_{ij}} + \frac{\partial \phi(r_{ij}, h_j)}{\partial r_{ij}} \right], \quad (4.164)$$

$$\mathbf{g}_{2,i} = \frac{G}{2} \sum_j m_j \left[\left(\frac{\zeta_i}{\Omega_i} \frac{\partial W_i}{\partial r_{ij}} + \eta_j \frac{\partial W_j}{\partial r_{ij}} \right) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} \right], \quad (4.165)$$

また, BH 重力 $\mathbf{g}_{\text{BH}}(\mathbf{r}_i, \tilde{\mathbf{v}}_i)$ を (4.41) から計算する (4.3 節参照).

(c) $\nabla P/\rho$ と人工粘性に由来する加速度 $\mathbf{a}_{h,i}$ を計算し、全ての加速度を足し合わせる:

$$\mathbf{a}_{h,i} = -\frac{1}{m_i} \sum_j \left[\tilde{P}_i V_i^2 \left(\frac{\tilde{P}_j}{\tilde{P}_i} \right)^k \mathbf{A}_{ij} - \tilde{P}_j V_j^2 \left(\frac{\tilde{P}_i}{\tilde{P}_j} \right)^k \mathbf{A}_{ji} + m_i m_j f_{ij} \Pi_{ij} \bar{\mathbf{A}}_{ij} \right], \quad (4.166)$$

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_{h,i} + \mathbf{g}_{\text{WD},i} + \mathbf{g}_{\text{BH},i} \quad (4.167)$$

ここで,

$$\Pi_{ij} = -\frac{\tilde{\alpha}_{ij} v_{ij}^{\text{sig}} w_{ij}^0}{2 \tilde{\rho}_{ij}}, \quad (4.168)$$

$$v_{ij}^{\text{sig}} = \tilde{c}_{s,i} + \tilde{c}_{s,j} - 3w_{ij}^0, \quad (4.169)$$

$$w_{ij}^0 = \min(w_{ij}, 0), \quad (4.170)$$

$$w_{ij} = \mathbf{e}_{ij} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{ij} \quad (4.171)$$

である。

(d) 内部エネルギーの時間微分と $\dot{\alpha}$ を計算する:

$$\dot{u}_i = \frac{1}{m_i} \sum_j \tilde{\mathbf{v}}_{ij} \cdot \left[\tilde{P}_i V_i^2 \left(\frac{\tilde{P}_j}{\tilde{P}_i} \right)^k \mathbf{A}_{ij} + \frac{m_i m_j f_{ij} \Pi_{ij}}{2} \bar{\mathbf{A}}_{ij} \right], \quad (4.172)$$

$$\dot{\alpha}_i = -\frac{\tilde{\alpha}_i - \alpha_{\min}}{H_i/(0.25C_H/h\tilde{c}_{s,i})} + \max[-(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_i)(\alpha_{\max} - \tilde{\alpha}_i), 0]. \quad (4.173)$$

(e) 速度と内部エネルギーを修正する:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i^{(1/2)} + \frac{1}{2} \mathbf{a}_i \Delta t \quad (4.174)$$

$$u_i = u_i^{(1/2)} + \frac{1}{2} \dot{u}_i \Delta t + \Delta \epsilon_{\text{nuc},i} \quad (4.175)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{(1/2)} + \frac{1}{2} \dot{\alpha}_i \Delta t, \quad (4.176)$$

(f) (4.1) の条件を満たした SPH 粒子を消去する.

(g) $t = t^{(0)} + \Delta t$ に更新し, 1 に戻る.

4.7 初期条件

4.7.1 WD の初期条件

WD の初期条件は Tanikawa et al. (2015), Sato et al. (2015, 2016) に倣って作成している. この手法では, 以下の6つの手順を踏まえて, N 個の SPH 粒子で表される, 質量 M_{WD} を持つ WD の初期条件を作成する.

1. 質量 M_{WD} を持つ, 完全縮退した ($T = 0$ K), ^{12}C 50 %, ^{16}O 50 % の組成を持つ WD についての密度分布を求める. さらに, その解の密度分布と整合するように N 個の SPH 粒子を球状に配置する.
2. 一様に $T = 10^6$ K の温度を持つと仮定して, 各 SPH 粒子の内部エネルギー u_i を HELMHOLTZ 状態方程式を用いて与える.
3. 原子核反応を含めずに, $\simeq 10 \tau_{\text{dyn}}$ の時間だけ WD の時間発展を計算する. ここで, τ_{dyn} は

$$\tau_{\text{dyn}} = \frac{GM_{\text{WD}}}{4\pi(R_{\text{WD}})^3/3} \quad (4.177)$$

で与えられる, WD の dynamical タイムスケールである. この際は 4.6.4 節と同じ手法を用いる. ただし, 速く平衡状態へと緩和させるために, 次のような速度を減衰させる項を, (4.167) の右辺に加えて計算を行う.

$$(\mathbf{a}_i)_{\text{damp}} = -\frac{\mathbf{v}_i}{20 \text{ s}} \quad (4.178)$$

なお, この計算中は (4.172) による内部エネルギーの計算を $u_i = u_i(\rho_i, T_i = 10^6 \text{ K}, \{X_{i,a}\})$ に置き換える. つまり, 温度を $T_i = 10^6 \text{ K}$ に固定して HELMHOLTZ 状態方程式を用いて内部エネルギーを求めている.

4. さらに, 内部エネルギーも含めた緩和を行う. 計算時間は先の手順と同じで, 緩和のための加速度項も同様に加える. ただし, この際は (4.172) の計算後に, さらに下記の計算によって内部エネルギーを緩和させる.

$$u_i^{\text{new}} = (u_i)_{\text{min}} + (u_i^{\text{old}} - (u_i)_{\text{min}}) \exp\left(-\frac{\Delta t}{10 \text{ s}}\right) \quad (4.179)$$

ここで, $(u_i)_{\min}$ は HELMHOLTZ 状態方程式を用いて, $(u_i)_{\min} = u_i(\rho_i, T_{\min, \{X_{i,a}\}})$ で与えられる. $T_{\min}=10^5$ K は設定した下限の温度であり, 緩和後の本題である潮汐破壊現象の計算中にもこの温度を下回らないように設定している.

5. WD の重心の座標, 速度が 0 になるように座標系を取り直す.
6. He WD, ONeMg WD を考える場合は, 組成 $\{X_{i,a}\}$ を表 4.1 で与えられる組成に取り直す.

4.7.2 軌道の初期条件

軌道の初期条件は, Schwarzschild 時空において質点とみなした WD が放物線軌道になるように与えている. まず, シミュレーションを通して, BH が原点にあるデカルト座標をとる. このとき, WD の軌道要素 6 個を決めるための条件を 6 個課す必要がある. その 6 個の条件から, WD の軌道要素 $(\mathbf{r}_{\text{WD}}, \mathbf{v}_{\text{WD}})$ が決まった後は, 4.7.1 節で与えた WD を表す SPH 粒子に, 一様に $\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}_i + \mathbf{r}_{\text{WD}}, \mathbf{v}_i \rightarrow \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_{\text{WD}}$ という座標, 速度変換を行う. これによって, シミュレーションの初期条件を与える.

以下, 軌道要素を決める 6 個の条件を示す.

1. Schwarzschild 時空での放物線軌道を考える. これは, 無限遠方で質点が静止しているという条件,

$$\epsilon = c^2 \quad (4.180)$$

に相当する. ここで, ϵ は単位質量あたりの, 静止質量を含む軌道運動エネルギー (4.13), (4.18) である.

2. $M_{\text{BH}}, M_{\text{WD}}, \beta$ から近点距離が $R_p = R_t/\beta$ に決まる. これにより, 軌道角運動量 j が以下のように定まる. 近日点では $dr/dt = dr/d\lambda_0$ である (λ は affine パラメータ). これと $\epsilon = c^2$ を (4.14) に代入すれば, $j > 2R_S c$ のときに解となる j が存在し,

$$j = c \sqrt{\frac{R_S R_p^2}{R_p - R_S}} \quad (4.181)$$

となる. 一方, $j \leq 2R_S c$ の場合は, 図 3.1 の “WD enters BH” に相当する.

3. 初期時刻 $t = 0$ での WD の座標 \mathbf{r}_0 , 速度 \mathbf{v}_0 に関し, $z_o = 0, v_{z,0} = 0$ とする. 4.3 節で述べたように, この条件では質点の運動の軌道面は $z = 0$ の赤道面上になる.
4. $r_0 = 5R_t$ とする. R_t が潮汐力によって WD が変形・破壊される長さのスケールであり, 近日点に至る前の潮汐力による変形を考慮するためには, $r_0 \gtrsim R_t$ を満たす必要がある. よって, r_0 として上記の値を取った.
5. Newton 力学で近日点が $x_p = 0, y_p < 0$ をみたすように作った初期条件と, 同じ座標を初期座標 \mathbf{r}_0 に取る. これは, BH 重力を TR ポテンシャルと Newton 重力で変化させたときの差異を比較しやすくするために課した条件である.

6. 上記で 6 個の条件が課されているが, 縮退を解くための条件として $x_o < 0, \dot{r}_0 < 0$ の条件を課す.

第5章 結果

5.1 WD–BH TDE の多様性

図 5.1, 5.2 がシミュレーション結果のパラメータ依存性を示している。図 5.1 では TDE 後の全ての WD の残骸のプロフィールを示しており、一方図 5.2 では、BH に対し非束縛軌道を辿る残骸のプロフィールを示している。図 5.1 の 1 行目は、原子核反応によって解放された核エネルギー E_{nuc} を示している。 $E_{\text{nuc}} \lesssim 10^{48}$ erg の場合では、原子核反応の影響は小さいため、この値を爆発的原子核反応が起こる/起こらないの境界として採用した。これにより、BH–WD TDE は以下の 3 つの種類に分類する事ができる。

第一の種類は、爆発的原子核反応は起こさないものの WD が潮汐破壊される場合である (Type I TDE)。この種類の TDE は図 5.1, 5.2 中の中抜きで示されている。これは、爆発的原子核反応が起こらないという点において、主系列星が破壊される“普通の”TDE のアナロジーと捉えることが出来る。このパターンの例として、シミュレーション結果のスナップショットを図 5.3 に示す。ただし、このパターンは本研究の興味の対象ではないため、これ以上は考慮しない。

他の 2 種類の TDE においては、WD が爆発的原子核反応を起こす。これらは図 5.1, 5.2 中の中抜きでない円または四角のプロットで示されている。この 2 種類を分類する差異は、WD が近日点を通過する間に、先進する WD の一部が後に続く部分と衝突するか否か、という点である。自身と衝突しない場合を Type II TDE、衝突する場合を Type III TDE と分類し、それぞれ中抜きでない円、四角として図 5.1, 5.2 中に示す。また、それぞれの場合の例として、図 5.4, 5.5 にシミュレーション結果のスナップショットを示す。なお、Type III TDE は、おおむね“BH enters WD”とされているパラメータ領域に位置している (図 3.1 参照)。この場合、“BH captures WD”の場合と同様に、WD が BH に吸収されて光学的観測兆候を示さないのではないかという懸念が浮かぶ。しかしながら、ここでは BH の半径は WD に比べて非常に小さく、近日点を通過する間に BH に吸収される WD の割合は極めて少ない。このため、後に述べるように、“BH captures WD”の場合とは異なり、光学的観測兆候が期待される。

Type III TDE の特徴としては、図 5.1 の第 1 列目から読み取れるように、激しい原子核反応が起こり解放される原子核エネルギーが大きという点がある。また、図 5.2 の第 1 列目より、非束縛軌道を辿る残骸の割合が特に多くなっていることが分かる。これらの原因については 5.3 節で詳しく考察する。

本節においては、自己衝突の影響について考えることにする。図 5.5 の左側 2 列 (自己衝突の直前/直後に相当) を比較すると、衝突を起こした WD の後進する部分は、衝突によってエントロピーと温度が上昇していることが分かる。具体的には、温度は $\sim 2 \times 10^9$ K まで上がっている。しかし、これは衝突した部分で原子核反応に火を点けるほどには至って

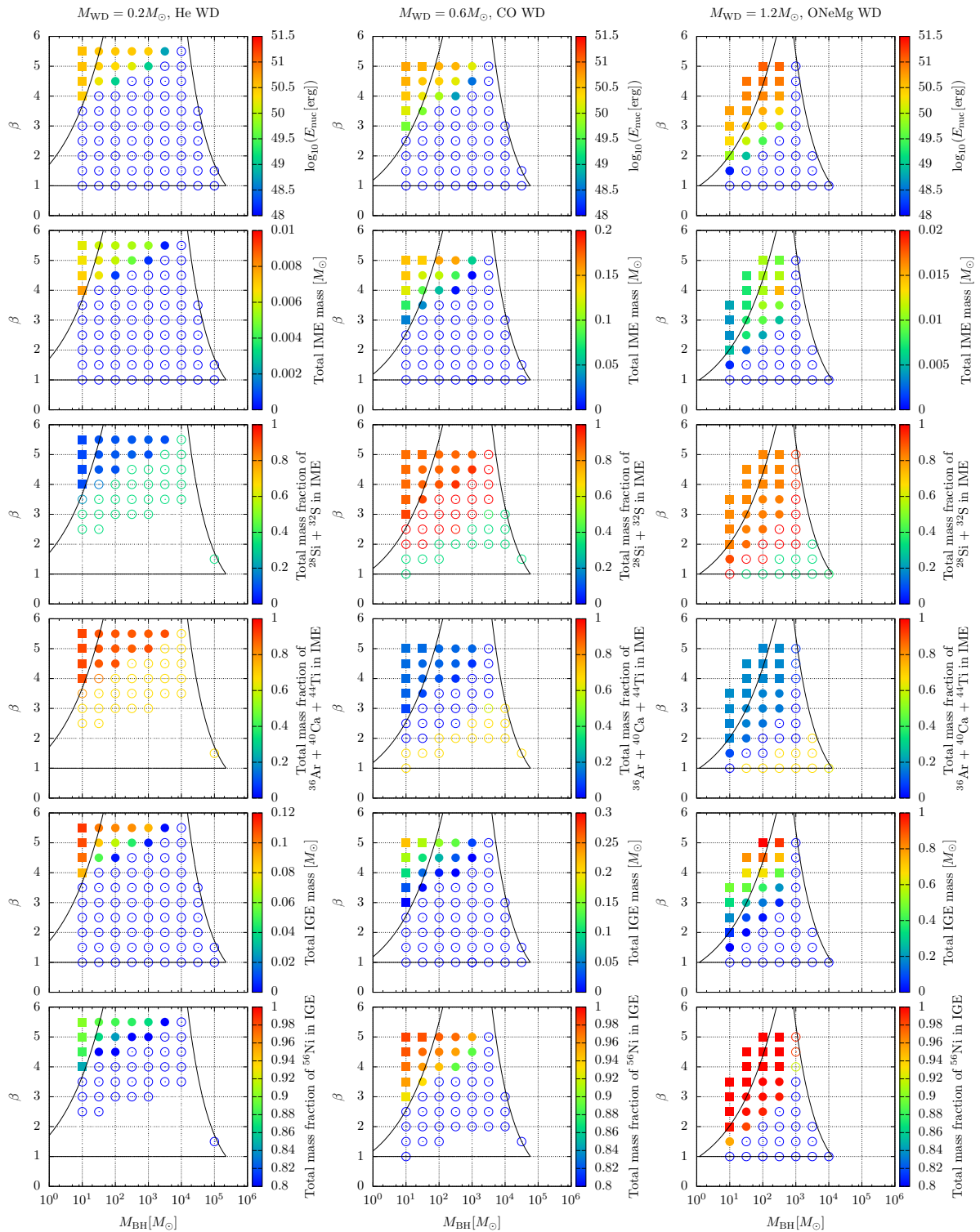


図 5.1: TDE 後の残骸のプロフィール. x, y 軸は図 3.1 と同じだが, 図 3.1 では y 軸は log スケール, この図中では linear スケールで表記している. 黒実線は図 3.1 と同じく TDE の起こる境界を示している. 左から右へ, 各列は $M_{\text{WD}} = 0.2, 0.6, 1.2 M_{\odot}$ の場合の結果を示している. 中抜きは原子核反応が起こっていない場合の TDE (Type I) を, 中抜きでない円は原子核反応が起こり, 自己衝突が起こっていない場合の TDE (Type II) を, 中抜きでない四角は原子核反応が起こり, 自己衝突も起こっている場合の TDE (Type III) をそれぞれ示している.

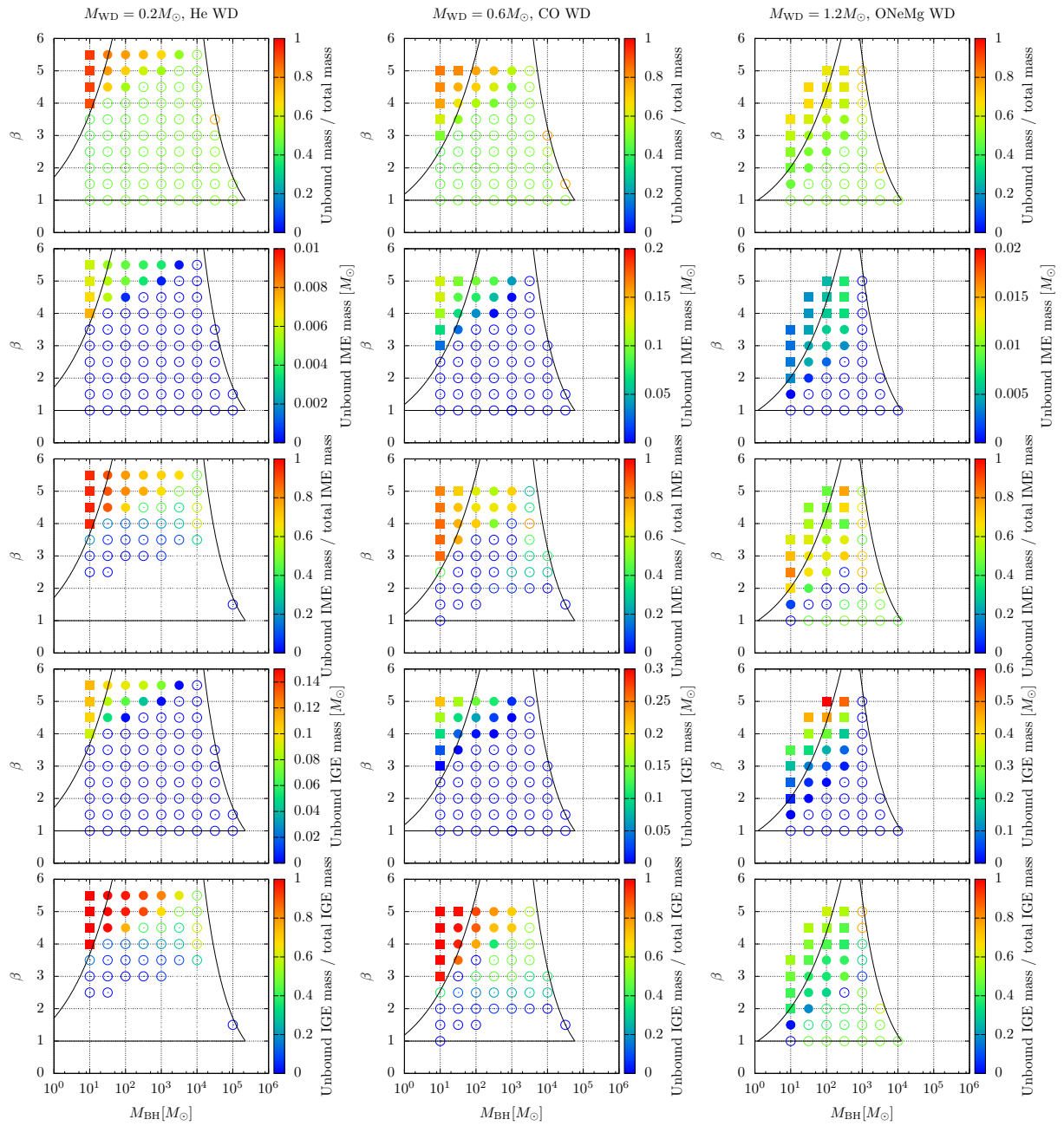


図 5.2: TDE 後の, BH に対し非束縛軌道を辿る残骸のプロフィール. 図 5.1 では束縛, 非束縛に関わらず, 全ての残骸のプロフィールを示していた.

いない. この, 温度上昇はするものの原子核反応の着火までは進まない, という振舞いは, 図 5.5 以外の場合のパラメータにおいても同様である. つまり, 自己衝突の原子核反応に対する影響はほとんどないと結論付けられる.

ただし, 自己衝突は BH への残骸の降着に対し影響を及ぼす. 図 5.6 は, BH への質量降着率を示している. ここで, BH への降着率は, 単位時間あたりに BH に吸い込まれて消える SPH 粒子の質量で定義している. これを見ると, WD が近日点を通る時点から, 非常に高い降着率で BH へ降着していることが分かる. 具体的には, $\sim 10^4 M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \sim 10^{10} \dot{M}_{\text{Edd}}$ になっている. 他方, Type I, II TDE の場合は, 図 5.3, 5.4 を見れば明らかのように, シミュレーション中に BH に降着はしない. (Type I TDE で “BH captures WD” との境界に近いパターンについては, WD の一部が近日点通過中に BH に降着はするが, それはここでの興味の対象ではない.) このような, Eddington 質量降着率を遥かに超える降着率で物質が降着する場合, 降着円盤からの flare と相対論的ジェットを生じる可能性がある (2.3 節参照). また, Evans et al. (2015) は $M_{\text{BH}} = 10^5 M_{\odot}$, $\beta = 10$ and 15 , $M_{\star} = 1$ and $0.57 M_{\odot}$ の場合の TDE を数値シミュレーションによって調べ, 本研究における Type III TDE と同様の振舞いをすることを示している. つまり, 星と BH が接触するほど強く接近し, 星が自己衝突を起こすという特徴を示している. さらに Evans et al. (2015) は, 本研究よりも長いタイムスケールの時間発展を追い, BH への質量降着率が標準的な $t^{-5/3}$ の冪に従わず, ほぼフラットになることを発見した. 本研究で調べた場合についても, Evans et al. (2015) と同じく特異な質量降着率を長期間示すのかどうかは興味深い問題であるが, それは future work にて調べる予定である.

ただし, 留意されたい点として, 図 5.6 に示されている降着率は厳密な BH 表面への降着率ではないという問題がある. 4.3 節で述べたように, SPH 粒子が BH に吸い込まれたと判定する条件は, 各 SPH 粒子の BH 中心からの距離が, Schwarzschild 半径 + SPH 粒子のカーネル半径以下になるかどうかで決めている. 今の場合, WD が近日点を通っている最中 (図 5.5 の左側 2 列) においては, 約 $20R_g$ 以内に入った SPH 粒子は BH に吸い込まれたとみなしている. このため, Schwarzschild 半径近傍は現手法では解像できておらず, より詳細な計算によって降着率の具体的な値は修正される可能性がある.

5.2 生成される原子核の組成

ここでは, 爆発的原子核反応を伴う場合 (図 5.1 中の, 中抜きでない点) に着目し, 原子核反応による核組成の変化を考察する. 図 5.1 中の 2 から 5 列目が生成された原子核の質量, 及び質量割合を示している. なお, ここでは WD の残骸が束縛されているか否かに関わらず, 全ての残骸に含まれる原子核の量を示している. 原子核燃焼により, 多量の IGEs が生成され, またそのうちの 80% 以上は ^{56}Ni となっている. 第 3 章で述べたように, 非束縛軌道を辿る残骸中の ^{56}Ni は, 崩壊によって残骸にエネルギーを注入して, 残骸を光らせると期待される. 具体的にどのような観測兆候が現れるかについては本研究では扱わないが, future work として調べる予定である (7.2 節参照). 図 5.1 からまず分かることは, 原子核組成は M_{WD} に大きく依存し, M_{BH} と β に対する依存性は小さいという点である. ただし, 本研究においては異なる M_{WD} に対しては異なる WD の原子核組成を仮定しているため,

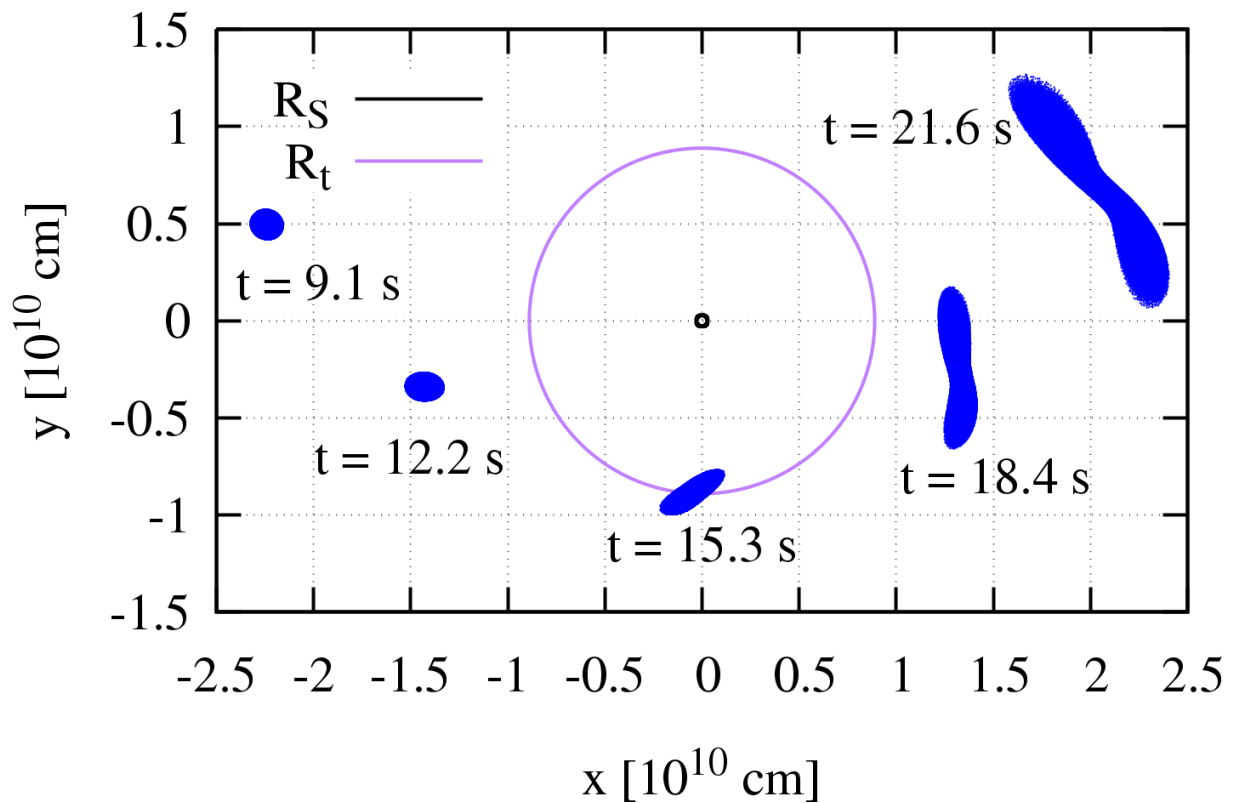


図 5.3: 爆発的原子核反応を伴わない TDE (Type I TDE) の例. ここで, シミュレーションのパラメータは, $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 1.0$ である. WD と BH の軌道面 ($z = 0$) の断面図を示しており, 原点に BH があり, 黒い実線が BH の Schwarzschild 半径を, 紫の実線が潮汐半径を示している. また, WD を構成する SPH 粒子を微小な青い点で示している.

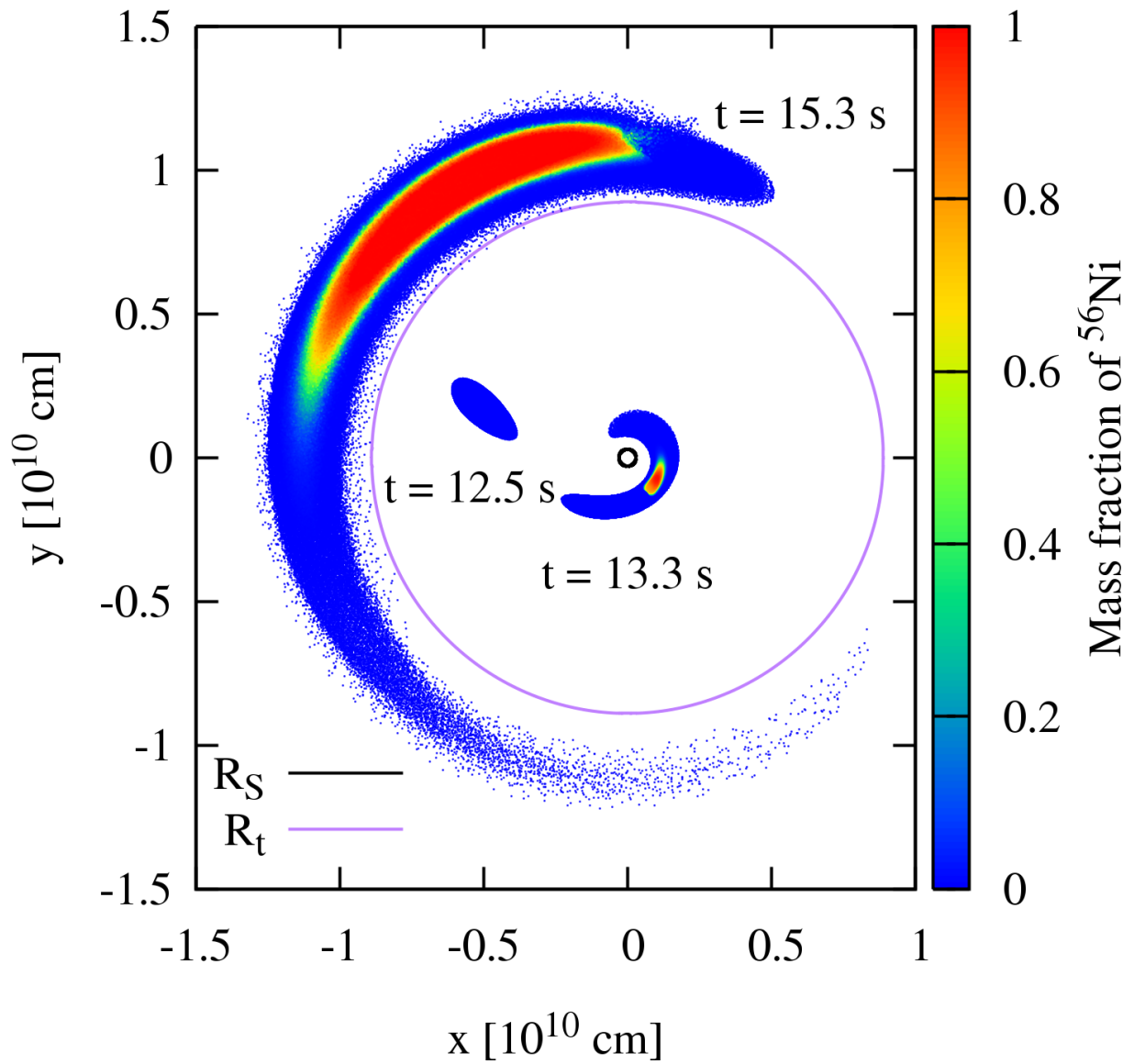


図 5.4: 爆発的原子核反応が起こり, かつ自己衝突が起こらない TDE (Type II TDE) の例. ここで, パラメータは $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である.

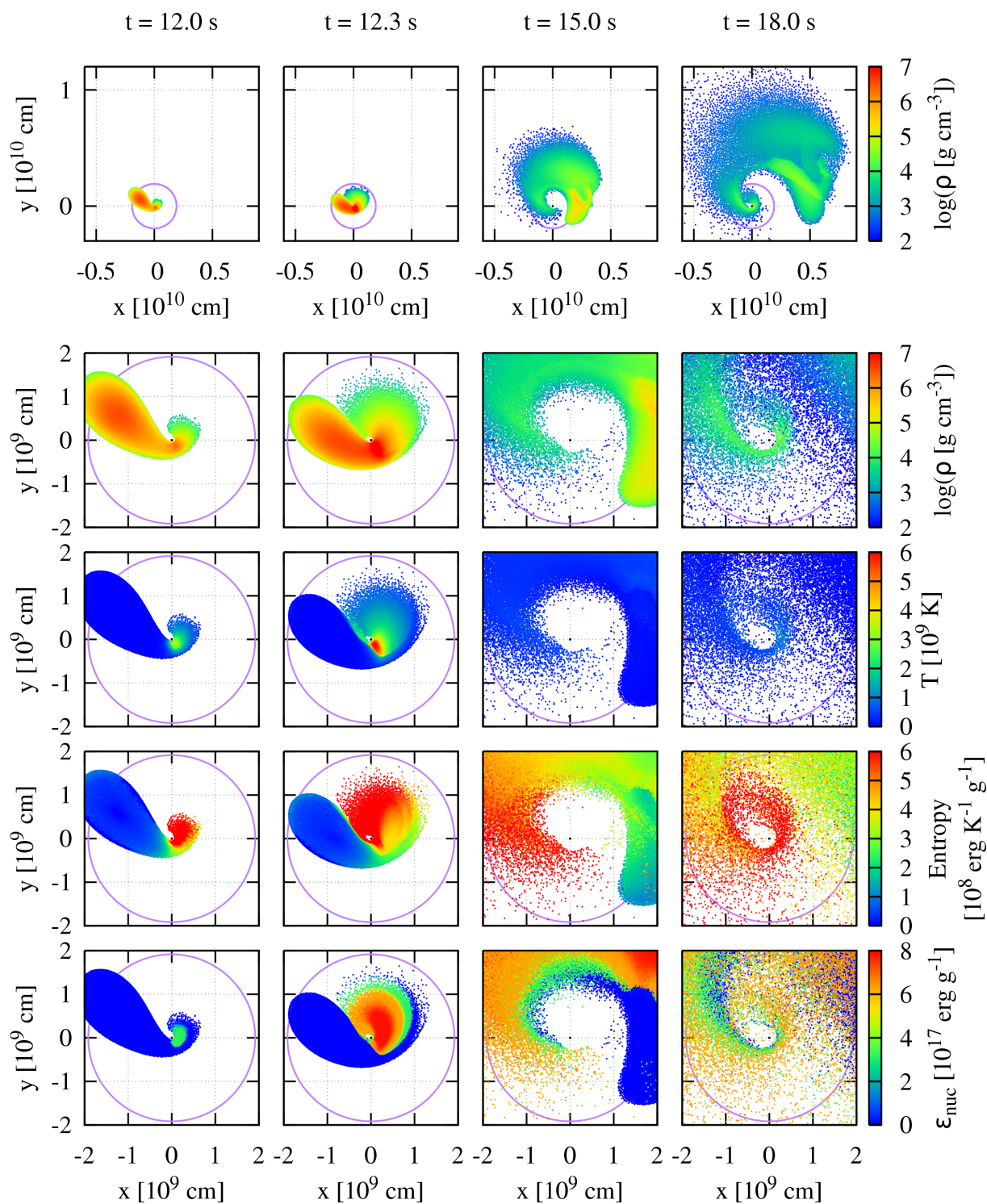


図 5.5: 爆発的原子核反応が起こり、かつ自己衝突が起こる TDE (Type III TDE) の例. ここで、パラメータは $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10 M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である. 時刻 $t = 12.0, 12.3$ s はそれぞれ自己衝突の起こる直前/直後に相当する. 5 列目の色は単位質量あたりに解放される原子核エネルギー ϵ_{nuc} を示している. 図 5.3, 5.4 と同じく、黒の実線が Schwarzschild 半径を、紫の実線が潮汐半径を示しているが、ここでは Schwarzschild 半径は非常に小さいため、図中ではっきりとは見えない.

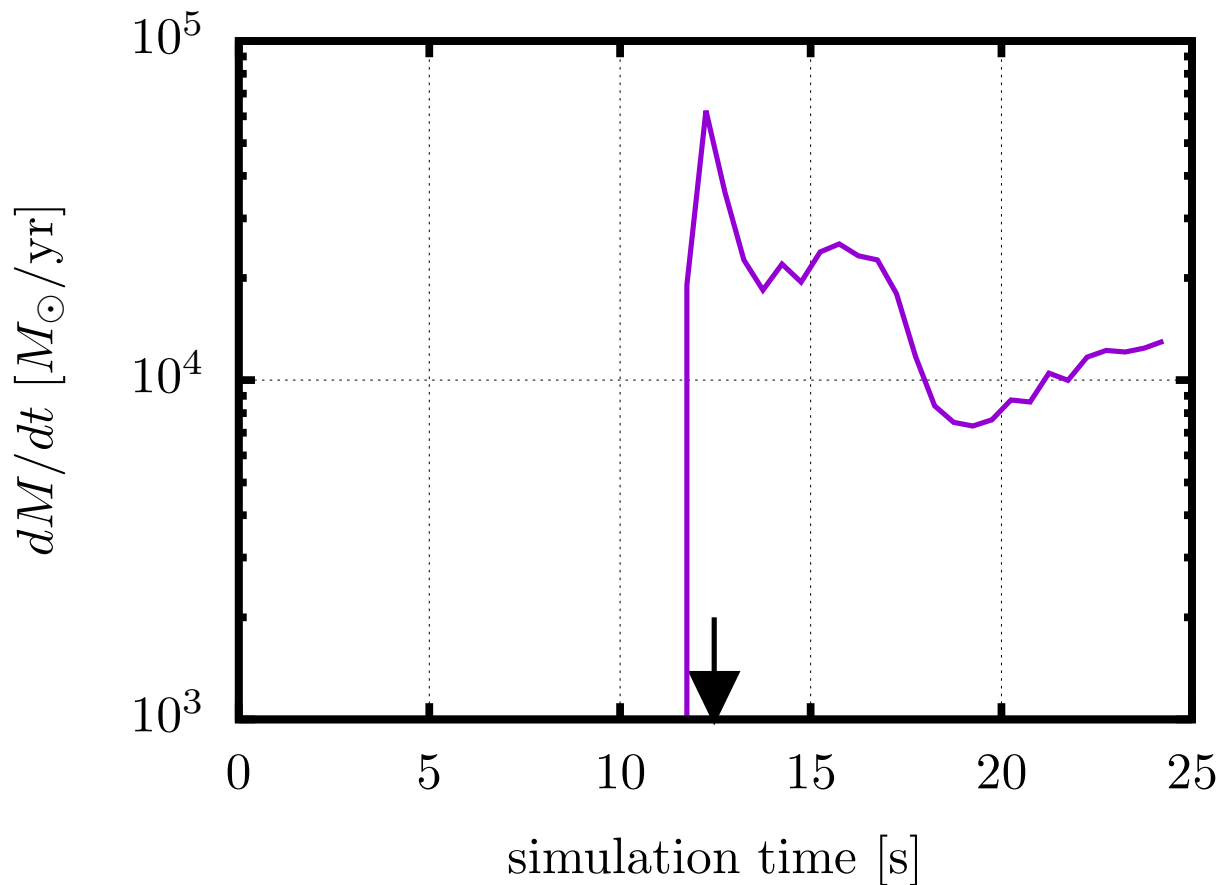


図 5.6: 自己衝突が起こる場合の BH の質量降着率. ここで, パラメータは図 5.5 と同じく, $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である. 矢印は WD が近日点を通過する時刻を示す. 矢印の時刻近傍におけるピークは, WD のうち BH に近い側の一部が, 近日点通過中に直接 BH に吸い込まれることによって現れている.

生成される原子核組成はWDの質量というよりは初期の原子核組成に依存している、と結論するべきである。

まず、 $M_{\text{WD}} = 0.2 M_{\odot}$ の場合について考察する。この場合、初期のWDの組成は100% ${}^4\text{He}$ である。この場合の特徴としては、以下の3点が挙げられる。(1) 生成されるIMEsは少量 ($\lesssim 0.01 M_{\odot}$)。 (2) IMEsを構成する原子核のほとんどは ${}^{36}\text{Ar}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ti}$ である。(3) IGEsに占める ${}^{56}\text{Ni}$ の割合が比較的少ない ($\lesssim 90\%$)。これらの特徴はHe WDにおけるdetonationによって生じる原子核組成と概ね一致している (Woosley and Weaver 1994, Livne and Arnett 1995, Holcomb et al. 2013)。Holcomb et al. (2013) は、1次元の流体シミュレーションを用いて、He WDにおいてdetonationが起こる条件について調べている。そこでは、 $\rho \lesssim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ の条件下でdetonationが起こった場合、生成される原子核の大部分は ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ti}$, ${}^{48}\text{Cr}$ で構成され、 $\rho \gtrsim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ の場合は ${}^{52}\text{Fe}$ や ${}^{56}\text{Ni}$ で構成されることが示されている。もし $\rho \lesssim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ の低密度条件下でHe WDが燃えた場合には、 ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ti}$, ${}^{48}\text{Cr}$ が支配的になり、これはCa-rich gap transientsの起源天体となりうるということが示唆されている (6.1節参照)。しかしながら、興味深いことに、本研究においては原子核反応による主な生成物は ${}^{56}\text{Ni}$ であり、IMEsの量は少量である $\lesssim 0.01 M_{\odot}$ 。この理由としては、本研究においてはWDは潮汐力によって圧縮されており、密度が高い状況において原子核反応がおこっているためと考えられる。図5.7は、各SPH粒子の最終的な原子核組成を、その粒子がシミュレーション中に経験する最高温度 T_{max} と、 T_{max} を取る時点の密度 ρ_{tmax} の関数としてプロットした図である。この振舞いはHolcomb et al. (2013) のそれと一致している。ただし、 $\rho_{\text{tmax}} \gtrsim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ の条件下でdetonationを経験するSPH粒子が支配的なため、生成されるIMEsの量が $\lesssim 0.01 M_{\odot}$ と少量になったと考えられる。ただし、本研究のシミュレーションにおいては解像度が十分でないため、より高解像度の計算ではこの原子核組成の結果は修正される可能性がある。ただし、Tanikawa (2017a) において、高解像度 ($\simeq 300$ M個のSPH粒子を用いて、 $M_{\text{WD}} = 0.45 M_{\odot}$ のHe WDのTDEを調べられており、その結果と本研究の結果は定性的に一致している。

$M_{\text{WD}} = 0.6, 1.2 M_{\odot}$ の場合の結果に関しては、図5.1より、 ${}^{28}\text{Si}$ と ${}^{32}\text{S}$ がIMEsの中で支配的な原子核であり、 $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ と $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の差異は、生成されたIMEsの量に見ることが出来る。 $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ の場合に関しては、 $\simeq 0.1 M_{\odot}$ のIMEsが生成されている一方で、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ に関しては、 $\simeq 0.01 M_{\odot}$ となっている。この理由を以下で考察する。まず、 $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ の場合では、IMEsの生成に至る原子核反応を起こすのは、中程度の密度 ($10^6 \lesssim \rho_{\text{tmax}} [\text{g cm}^{-3}] \lesssim 10^7$) で燃えたものであることが図5.8から分かる。同様に、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合ではIMEsを生成する密度は図5.9より、($3 \times 10^6 \lesssim \rho_{\text{tmax}} [\text{g cm}^{-3}] \lesssim 10^7$) である。なお、これらのIMEsを生成する密度の範囲は、Fink et al. (2010), Marquardt et al. (2015) とほぼ一致している。また、図5.10, 5.11はそれぞれ、 $M_{\text{WD}} = 0.6, 1.2 M_{\odot}$ の場合の ρ_{tmax} に関するヒストグラムを示している。これと、先程のIMEsを生成する ρ_{tmax} を比較すると、 $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ ではIMEsを生成する ρ_{tmax} を持つものは、ヒストグラムのピーク近くに位置しており、IMEsを生成しうる“候補”が多い。一方で、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合では、そのようなものはヒストグラムの低密度側のテールに位置し、わずかな量しかない。この振舞いは、より重いWDの方が高密度になっているという、TDEを起こす前のWD内部の密度構造に由来している。つまり、生成されたIMEsの質量が重いWDでは少なくなっているのは、元々のWDの密度が高いた

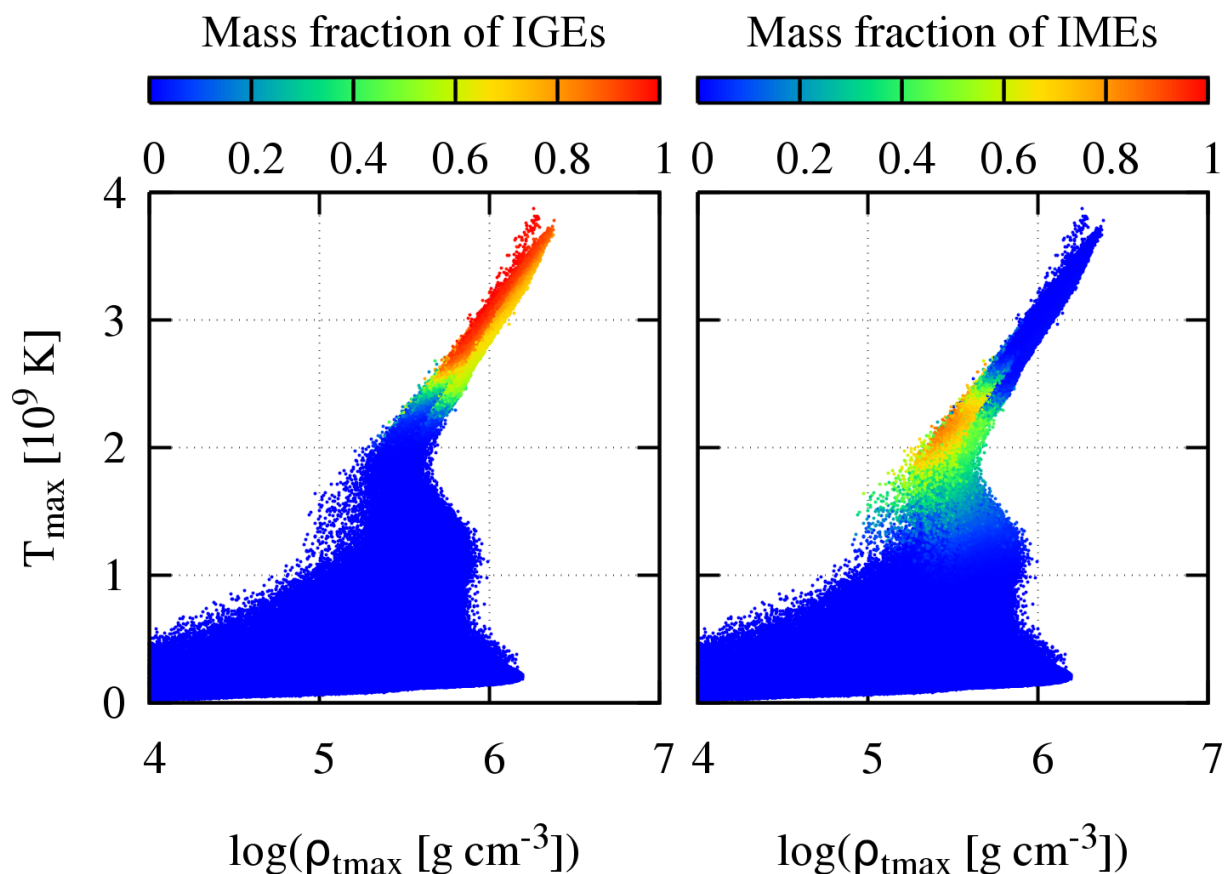


図 5.7: IGEs と IMEs の質量割合を, 最高温度 T_{\max} と T_{\max} を取るときの密度 $\rho_{t\max}$ の関数としてプロットした図. ここで, パラメータは $M_{\text{WD}} = 0.2 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^{2.5} M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である.

め, IMEs より先の IGEs まで燃えてしまうことによる, と結論付けられる.

5.3 残骸の運動に対する原子核反応の影響

図 5.2 の第 1 行目は, 非束縛軌道にある残骸の質量の, 全ての残骸の質量に占める割合を示している. 爆発的原子核反応が起こっていないパラメータ領域においては, この割合は約 50% で一定になっており, 標準的な TDE のシナリオと一致している. なお, 図中右上の境界 (“BH captures WD”) の部分で赤い中抜き点の点が見られているのは, シミュレーション中に WD のうち BH に近い軌道を辿る部分が, BH に吸収されてしまっていることによる.

直観的に期待されるように, 解放される原子核エネルギー E_{nuc} が大きくなるほど, 非束縛の残骸の質量は増えていることがわかる. これは, 原子核反応によって解放されるエネルギーの一部が, 軌道運動のエネルギーに変換されることによる. どのようにこの変換のプロセスが起こるのかを考えよう. まず, 原子核反応によって, 当初の組成よりも重い安定な原子核が生成される. この際, 同時に原子核エネルギーも解放される. このエネルギーは物質の内部エネルギーを増やし, これは圧力の増加に繋がる. 原子核反応は, WD の内部で起こることから, 圧力は全体として WD の外層に向かって残骸を押し. これにより,

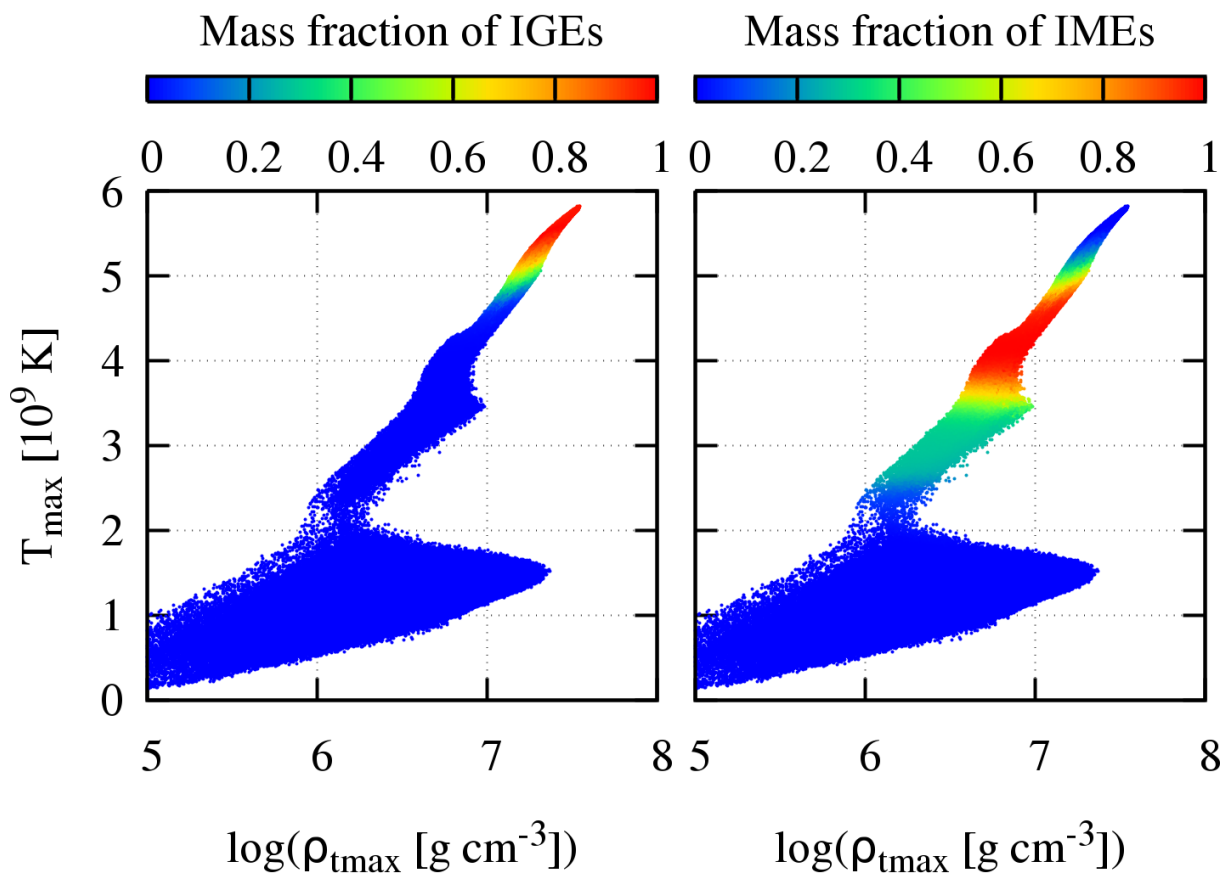


図 5.8: 図 5.7 と同様だが, ここでのパラメータは $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である.

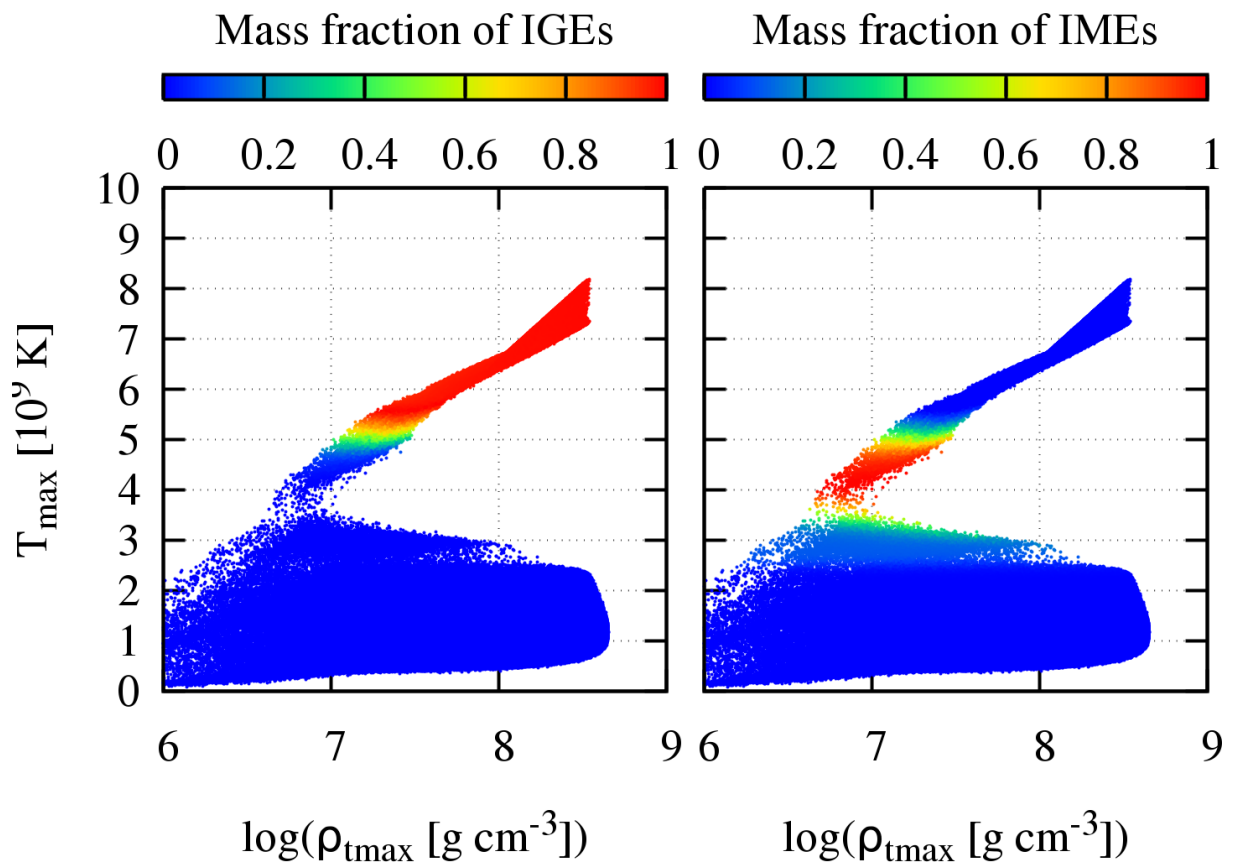


図 5.9: 図 5.7, 5.8 と同様だが, ここでのパラメータは $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^{3.5} M_{\odot}$, $\beta = 3.5$ である.

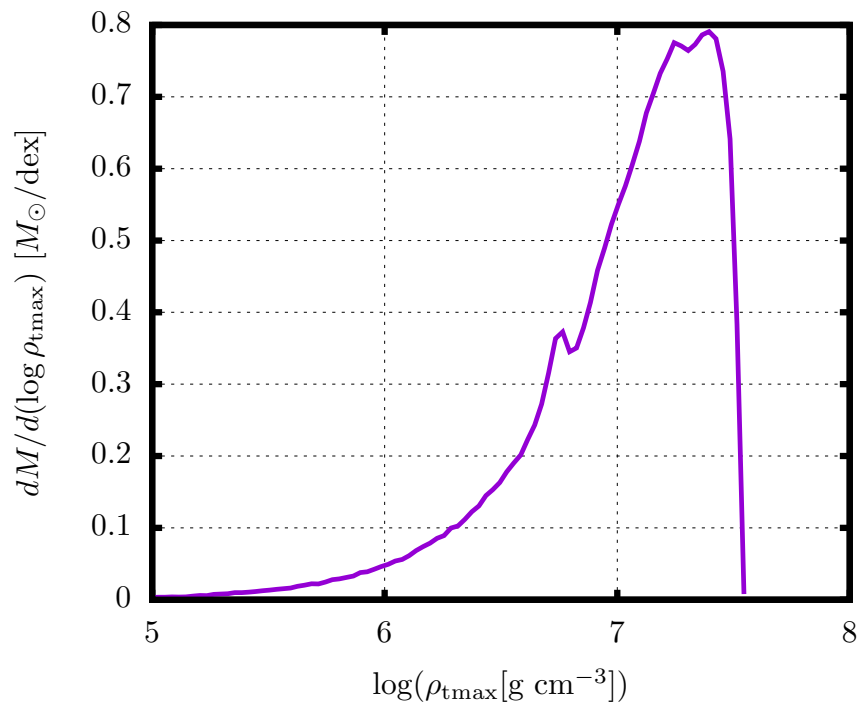


図 5.10: ρ_{tmax} を関数としたヒストグラム. ここで, パラメータは図 5.8 と同じ $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である.

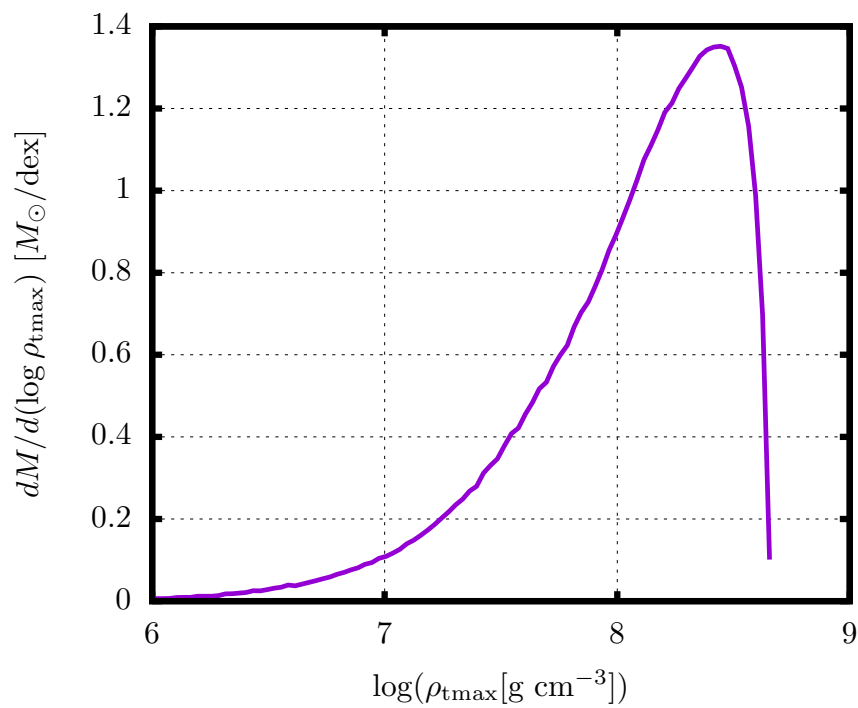


図 5.11: ρ_{tmax} を関数としたヒストグラム. ここで, パラメータは図 5.9 と同じ $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^{3.5} M_{\odot}$, $\beta = 3.5$ である.

残骸の運動エネルギーが変化し、非束縛軌道を辿る残骸が増える。特に、軌道面と垂直な方向には、 $+z$ と $-z$ 軸方向のどちらにも軌道運動エネルギーを増やす方向に圧力が加えられる点に留意されたい。ただし、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合に関しては、非束縛の割合の増え方が、より軽いWDの場合ほど顕著ではないことが見て取れる。また、図 5.2 の第5列を見ると、 $M_{\text{WD}} = 0.2, 0.6 M_{\odot}$ の場合には生成された IGEs のほとんどが非束縛であるのに対し、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合はまだ半分近い量が束縛軌道にあることが分かる。

これは、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合、潮汐力による軌道運動エネルギーの分配が、解放される原子核エネルギーの影響を上回っていることによると考えられる。、潮汐力による軌道運動エネルギーの分配 $\Delta\epsilon_t$ は (2.25) で与えられ、WD の場合には

$$\Delta\epsilon_t \sim \beta^n \frac{GM_{\text{BH}}R_{\text{WD}}}{R_t^2} \quad (5.1)$$

$$\simeq 1.2 \times 10^{-3} c^2 \beta^n \left(\frac{R_{\text{WD}}}{10^9 \text{ cm}} \right)^{-1} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_{\odot}} \right)^{1/3} \left(\frac{M_{\text{WD}}}{0.6 M_{\odot}} \right)^{2/3}, \quad (5.2)$$

となる。重いWDほど小さい半径を持っているので (表 4.1) 参照), $\Delta\epsilon_t$ は重いWDほど大きくなる。もし原子核反応が完全に進み、原子核組成が ^{56}Ni 100% になった場合に解放される原子核エネルギー $\Delta\epsilon_{\text{nuc}}$ は、それぞれ最初の組成が $M_{\text{WD}} = 0.2, 0.6, 1.2 M_{\odot}$ のそれだった場合、 $1.7 \times 10^{-3}, 8.7 \times 10^{-4}, 6.8 \times 10^{-4} c^2$ となる。 $\Delta\epsilon_t \gg \Delta\epsilon_{\text{nuc}}$ が満たされる条件下であれば、原子核反応の残骸の運動に対する影響が無視できると考えることができ、非束縛の質量も増えないと考えられる。

図 5.13 は、原子核反応が起こらない場合のシミュレーションの最終時刻における、軌道運動エネルギーの分布を示している。シミュレーション結果から得られる $\Delta\epsilon_t$ は (5.2) による見積もりと一致している。また、図 5.13 より、 $M_{\text{WD}} = 0.2, 0.6 M_{\odot}$ の場合には $\Delta\epsilon_t \lesssim \Delta\epsilon_{\text{nuc}}$ が満たしている事がわかる。ゆえに、これらの場合において、原子核反応によって IMEs や IGEs が生成されて原子核エネルギーが解放されると、その残骸が非束縛になったと考えられる。対照的に、 $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合は、 $\Delta\epsilon_t \gtrsim \Delta\epsilon_{\text{nuc}}$ となっているため、原子核エネルギーが解放されても、非束縛の残骸の質量が増えないという結果になった。

また、5.1 節で触れたように、Type III TDE に関しては、他の場合の TDE に比べて、解放される原子核エネルギーが大きく、非束縛軌道を辿る残骸の割合も多くなっている。この原因としては、WD が BH と接触するほど接近する軌道であり、特に BH に近い側で極めて強い潮汐力による圧縮、原子核反応を起こすためと考えられる。例えば、図 5.4 においては、WD の中心に近い部分が原子核反応によって多量の ^{56}Ni を生成しているのに対し、図 5.5 の第5行2列目を見ると、WD 中心ではなく、BH に近い側で激しい原子核反応が起きていることが分かる。図 5.4 の振舞いは、図 2.1 のように星の中心に対し対称な潮汐力がかかっていると考えれば直観的に理解できるが、図 5.5 の場合には、なぜ対称になっていないのだろうか。それは、潮汐力が星の中心に対し対称とみなせるのは、 $R_p \gg R_*$ の仮定が成り立つ場合であり ((2.4) 参照), Type III TDE の場合にはこの仮定が成り立たないためである。Type III TDE はパラメータ空間において概ね “BH enters WD” の部分に位置しており、TDE とこの部分の境界は $R_p = R_*$ で与えられていたことを思い出せば、 $R_p \lesssim R_*$ が Type III TDE の場合に成り立つことはよいだろう。さらに、 $R_p \sim R_*$ の場合に内側ほど強い潮汐力を受けるというのも、(2.3) から分かる。つまり、Type III TDE のよ

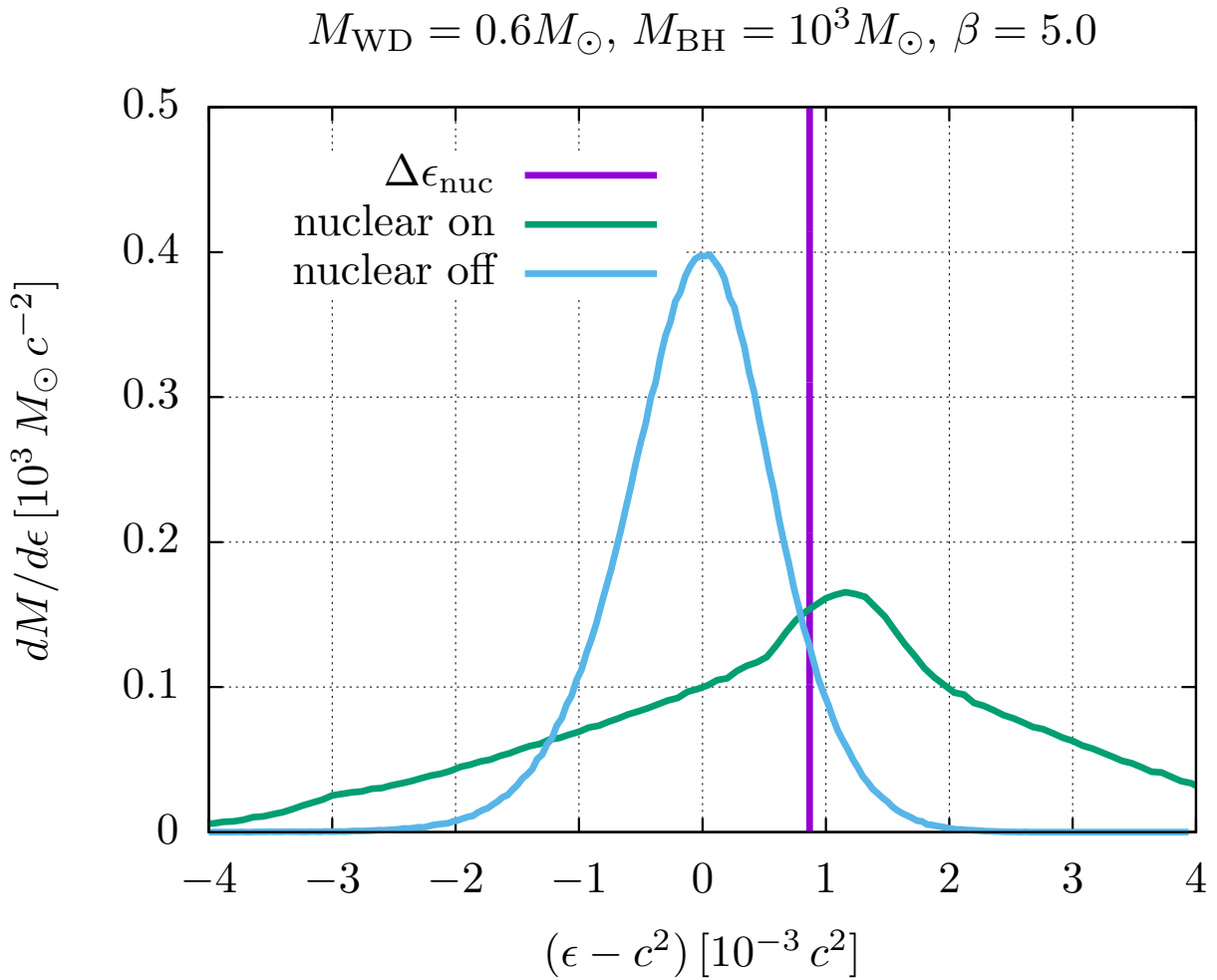


図 5.12: 原子核反応による, 残骸の軌道運動への影響. この図は, 単位質量あたりの軌道運動エネルギーの分布を示している. 曲線はそれぞれ原子核反応入りのシミュレーションの場合 (緑) と, 原子核反応を切ったシミュレーションの場合 (青) の結果に相当する. また, 紫の実線は, 原子核組成が最初の ^{12}C 50% + ^{16}O 50% から, ^{56}Ni 100% になった場合に解放される単位質量あたりの原子核エネルギーを示している.

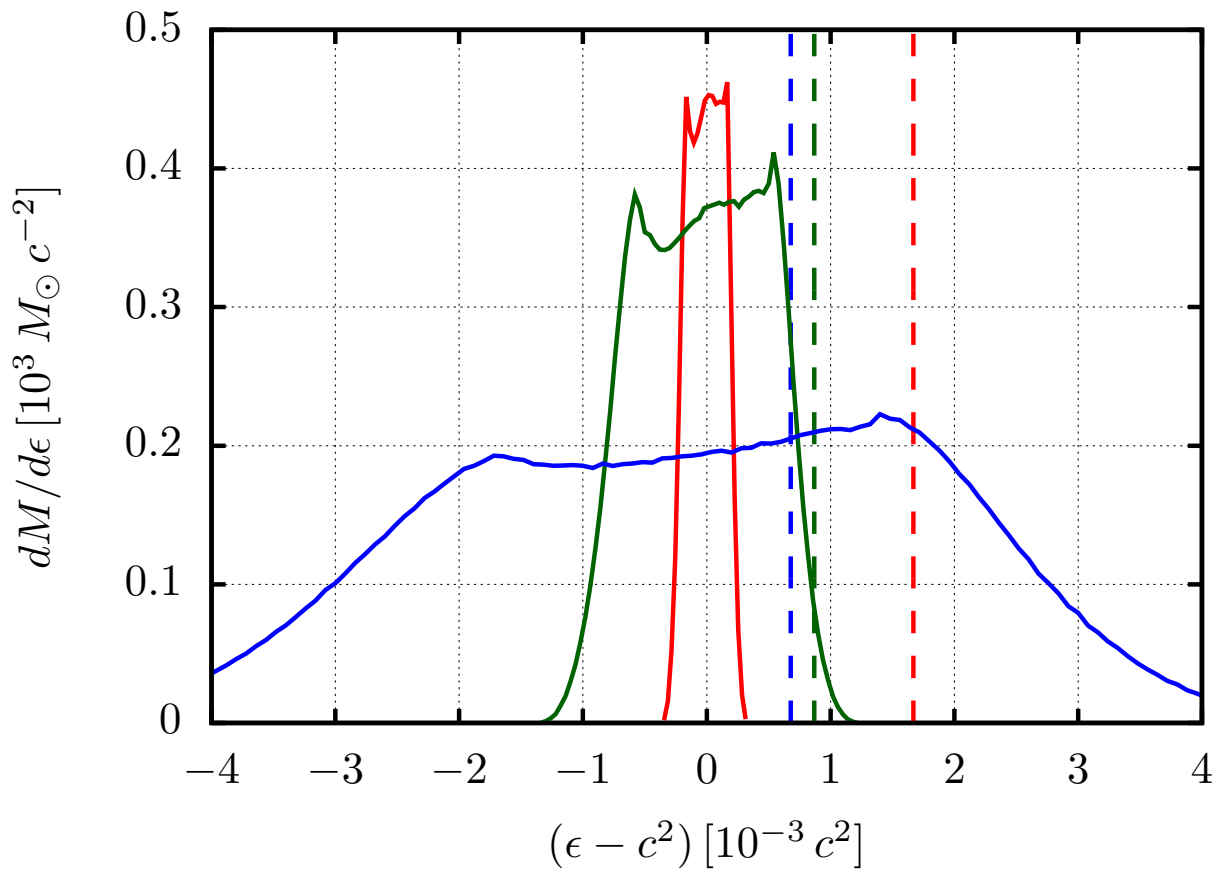


図 5.13: 爆発的原子核反応を伴わない場合の TDE における, 単位質量あたりの軌道運動エネルギーの分布. ここでは, $M_{\text{WD}} = 0.2$ (赤), 0.6 (緑), $1.2 M_{\odot}$ (青) の場合を比較しており, 他のパラメータは $M_{\text{BH}} = 10^{2.5} M_{\odot}$, $\beta = 1.0$ に固定している. 実線が各場合の軌道運動エネルギーの分布を示しており, 破線は原子核組成が ^{56}Ni 100% になった場合に解放される単位質量あたりの原子核エネルギーを示している.

うに $R_p \lesssim R_*$ が成り立つ場合には, WD のうち, BH に近い側の方がより強い潮汐力による圧縮と, それによる原子核反応を起こした結果, WD 中心で原子核反応が起こる場合よりも効率的に非束縛の残骸を増やすことになった, と考えられる.

第6章 議論

6.1 WD–BH TDEはCalcium-rich gap transientsの起源になるか？

WD–BH TDEらしき可視光で光る天体が未だ見つかっていないことは3.2節で述べた通りである。しかし、Sell et al. (2015) らは、Calcium-rich gap transients (以下、Ca-rich gap transients と呼ぶ) と呼ばれる、既に発見されている天体の起源の一つとして、He を主として構成される比較的軽いWDが、IMBHによって破壊されるTDEを提案している。本節では、Sell et al. (2015) が提案するように、WD–BH TDEがCa-rich gap transientsの起源になりうるのか、という点を考察する。

Ca-rich gap transientsの定義、及び特徴がKasliwal et al. (2012) に示されている。それによれば、Ca-rich gap transientsは以下の様な特徴を備えている。

- I型超新星爆発に似ている。
- I型超新星爆発に比べて暗く、また速い速度を持っている。
- 非常に多量のCaを含んでいる。
- 平均的なIa型超新星爆発よりも速い時間進化をする。
- 典型的に宿主銀河の外縁部で起こる。

また、Kasliwal et al. (2012) においてCa-rich gap transientsの要件とはされていないが、 ^{56}Ni の質量が少ないという特徴もある。具体的には、下記のような見積もりがいくつかなされている。

- $0.003 M_{\odot}$ for SN2005E (Perets et al. 2010)
- $0.016 M_{\odot}$ for PTF10iuv (Kasliwal et al. 2012)
- $0.005 - 0.010 M_{\odot}$ for SN2012hn (Valenti et al. 2014)

これらの特徴と、本研究の $0.2 M_{\odot}$ の質量のHe WDが破壊される場合のシミュレーション結果を、以下で比較する。

図6.1は非束縛の残骸の全質量と ^{40}Ca 、 ^{56}Ni の質量を示している。 ^{40}Ca の非束縛の残骸に占める割合は小さく($\lesssim 1\%$)、一方 ^{56}Ni は大きな割合を占めている($\simeq 50\%$)。シミュレーションの結果から得られた ^{56}Ni の質量($\gtrsim 0.04 M_{\odot}$)は、先に述べた観測から見積もられた

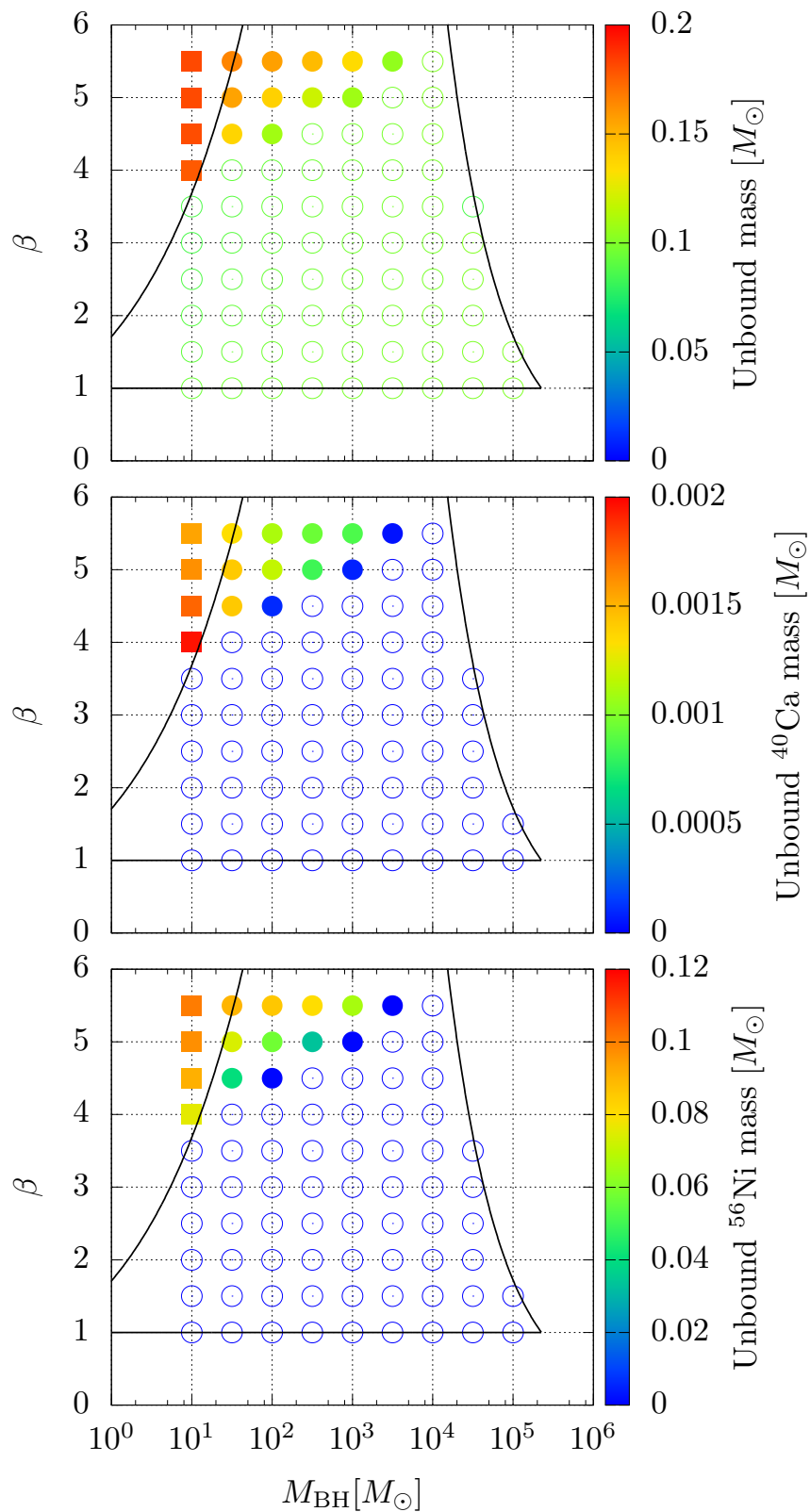


図 6.1: Ca-rich gap transients に関連する物理量. ここでは, Ca-rich gap transients の起源と期待されてきた He WD の場合を示している.

質量に比べ非常に多量であり、一致していない。このような振舞いは、5.2節で考察したように、WDが潮汐力で強くされた条件下 ($\rho_{\text{tmax}} \gtrsim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$) で原子核反応が起こったことによる。また、 $0.2 M_{\odot}$ は He WD のほぼ下限の質量であるため、 ^{56}Ni の質量についても下限を与える点に留意されたい。このことは、WD-BH TDE が Ca-rich gap transients の起源にはなりえないことを示唆している。

6.2 数値計算の解像度依存性

これまでの議論では、数値計算に用いる SPH 粒子の数 N は全て $N = 786432$ に固定していた。しかし、数値計算の結果は当然 SPH 粒子数にも依存している。本節では、この SPH 粒子数 (数値計算の解像度) の影響について議論する。

図 6.2 は、原子核反応による生成物の量の解像度依存性を示している。ここで、解像度は $N = 786432$ から $\times 2^{-3}, 2^{-2}, \dots, 2^3$ まで変化させている。また、シミュレーションのパラメータの取り方に関しては、自己衝突の影響を避けることができ、かつ最も WD が強く圧縮される、Type II TDE の中で最も大きい β の値を取る場合を考慮している。図 6.2 が示しているのは、この範囲の N で解像度を向上しても数値計算の結果は収束していないということである。また、その解像度依存性は M_{WD} によって異なっている、ということも示している。

この原因については、Tanikawa et al. (2017) で詳しい考察がなされている。Tanikawa et al. (2017) では、本研究とほとんど同じ手法が用いられており、そこでも解像度依存性が調べられ、約 25 M 個 ($1 M = 2^{30} \simeq 10^9$) の SPH 粒子を用いても、原子核反応の結果が収束しないことが示されている。この非収束性の原因として、以下の点が示されている。まず、解像度が十分ではないために、WD が最も強く圧縮される近日点付近では WD の構造が解像できなくなる。このとき、WD の中心部と外縁部の間の z 方向の距離と、SPH 粒子のカーネル半径 (数値計算の空間解像度に相当する) がほぼ同じ大きさになっている。この際、外縁部と中心部の SPH 粒子の速度差が超音速であると、それらは SPH 粒子のカーネル半径内に位置しているため、人工粘性によって加熱が生じる。この加熱によって温度上昇、ひいては原子核燃焼が点火されることで、本計算においては原子核反応が起こっている。ただし、この加熱は人為的な偽の加熱である。なぜなら、十分な空間解像度があれば、カーネル半径は 0 に収束していき、カーネル半径内に位置する SPH 粒子間に超音速の速度差が生じることはなく、このような人為加熱は起こらないためである。

物理的には、原子核燃焼を点火するのは圧縮された WD の内部で衝撃波が生じることによると考えられている。ゆえに、衝撃波の生成・伝搬を解像することが出来る、より高解像度の計算を行えば人為加熱はなくなり、代わりに衝撃波による加熱が計算結果に現れると期待される。Tanikawa et al. (2017) ではこれに関して、さらに 1次元の高解像度計算を行って調べている。そこでは人為加熱が消えて衝撃波による detonation が生じている。ただし、衝撃波が WD のどの部分で生じるのかについては 1次元の計算では調べる事が出来ず、またこの点は WD のうちどれだけの割合が detonation によって燃えるのかに大きく影響する。よって、WD-BH TDE で爆発的原子核反応が起こるのかどうかは未だに定かではない。この点を明らかにするには、 $N \gg 10^9$ という膨大な計算コストが必要とされ

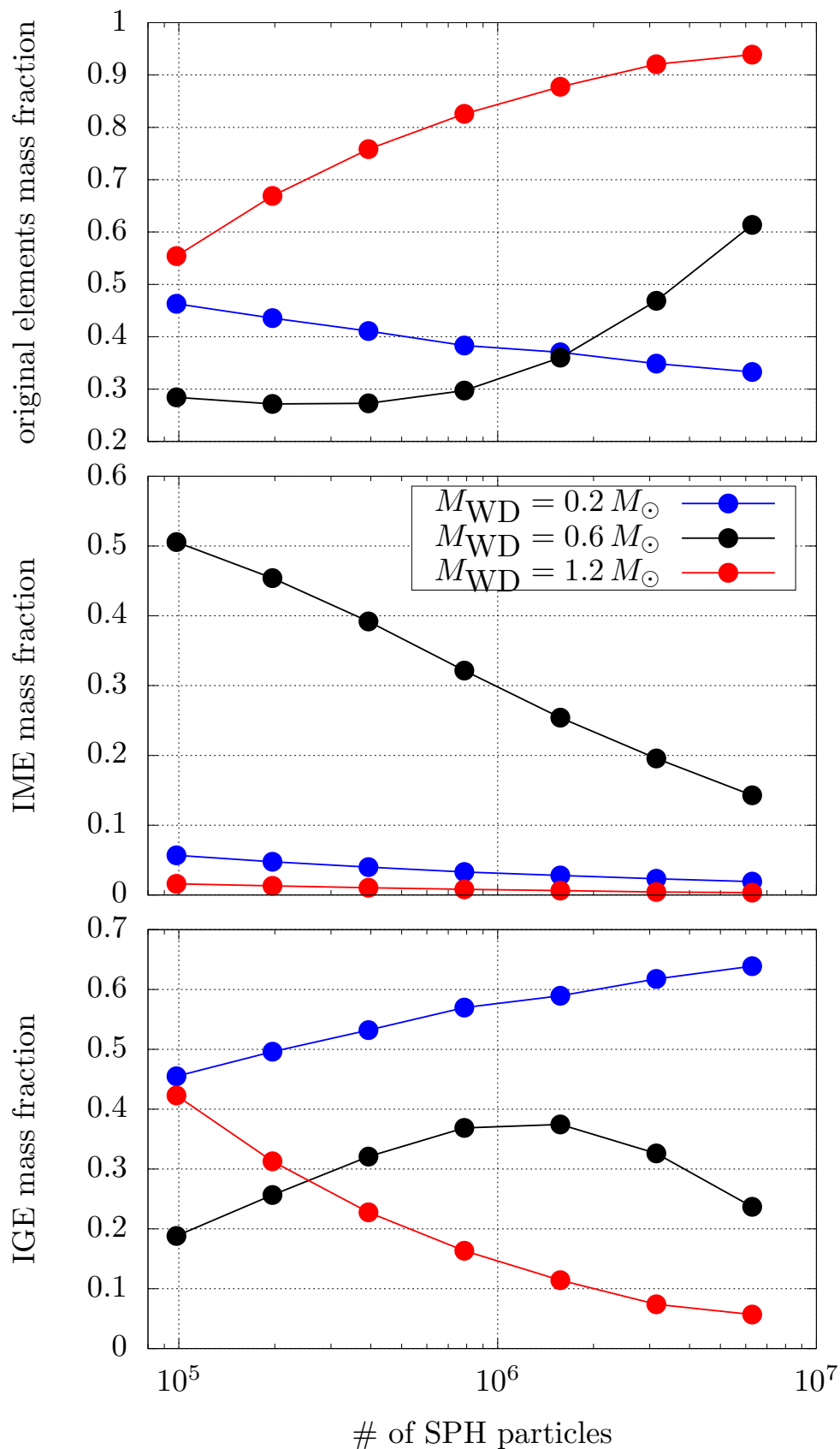


図 6.2: SPH 粒子数に対する, 原子核反応の生成物割合. これは数値シミュレーションの解像度依存性を示している. シミュレーションのパラメータは, $M_{\text{WD}} = 0.2 M_{\odot}$ の場合は $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 10$, $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ の場合は $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 6$, $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の場合は $M_{\text{BH}} = 10^{2.5} M_{\odot}$, $\beta = 3.5$ である. original elements とは, 元々WDを構成していた原子核を意味し, 例えば He WD の場合は ${}^4\text{He}$ を意味する.

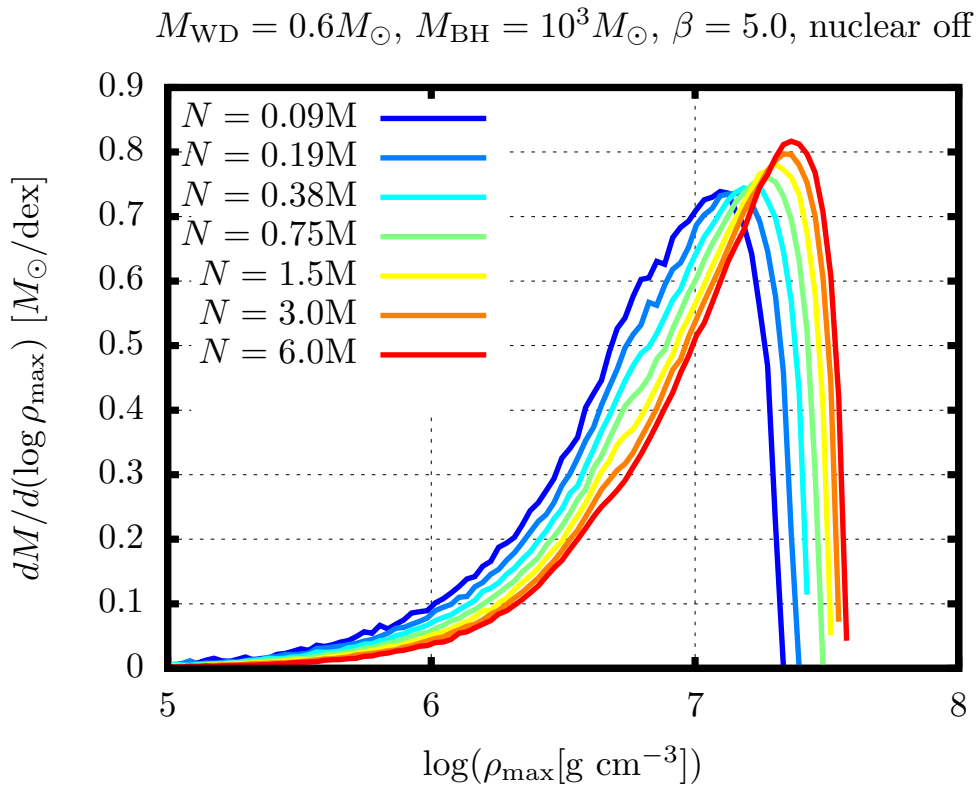


図 6.3: ρ_{max} の解像度依存性. ここで, 原子核反応を切って計算を行っており, 各パラメータは $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$, $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $\beta = 5.0$ である.

ており, 現実的な時間でこの計算を終えることは現段階ではかなり難しくなっている. 現に 3 次元の原子核反応入りの計算でこれほどの解像度を実現して収束性の問題を解決した計算は未だにない. ここで注記したいのは, 本研究の解像度は先行研究 (Rosswog et al. 2008) と比べて遜色ないものであり, 特にパラメータ空間の探索という観点からは現時点でベストなものであるという点である. それでもなお, 正確に原子核反応の影響を見積もることは難しいという状況にある.

そこで, 本研究では追加の計算として, 原子核反応を切った計算を行って, 人為加熱による原子核反応の影響を受けない結果を求めた. その中で, 解像度を上げていって結果が収束する物理量に着目し, それを用いて原子核反応による生成物の量を見積もった. この物理量としては, 各 SPH 粒子が経験する最大密度 ρ_{max} を取った. これは, 各 SPH 粒子が近日点を通り最もしばしば強い圧縮を受けている時点での密度に相当する. 原子核反応を切った計算における, ρ_{max} の解像度依存性は図 6.3 に示されている. 図 6.3 では $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ の場合の結果を示しており, 解像度を上げるにつれて ρ_{max} の分布が収束していることが分かる. また, ρ_{max} は最大温度をとるときの密度 ρ_{tmax} にほぼ一致する. この点を考慮すれば, ρ_{max} が原子核反応が起きた場合の生成物を示す指標になっているというのは, 図 5.7, 5.8, 5.9 からも示されている.

ただし, 図 5.7, 5.8, 5.9 が示しているように, 核反応による生成物は, ρ_{max} だけでなく核反応が起こるときの温度 T_{max} にも依存している. 原子核反応を切った計算を行っても, 人為加熱は生じているために, T_{max} は解像度に対して収束性が悪い. ゆえに, 解像度による

表 6.1: ある最大密度 ρ_{\max} で原子核反応を起こした場合の生成物の割合. X_{IME} , X_{IGE} は生成される IME, IGE の質量割合を示す. 初期組成が He, CO, ONeMg の場合で異なる原子核組成が生じる.

Composition	ρ_{\max} [g cm ⁻³]	X_{IME}	X_{IGE}
He	$\rho_{\max} \leq 10^5$	0	0
	$10^5 < \rho_{\max} \leq 5 \times 10^5$	0.6	0
	$5 \times 10^5 < \rho_{\max}$	0	1.0
CO	$\rho_{\max} \leq 2 \times 10^5$	0	0
	$2 \times 10^5 < \rho_{\max} \leq 2 \times 10^6$	0.4	0
	$2 \times 10^6 < \rho_{\max} \leq 10^7$	0.9	0.1
	$10^7 < \rho_{\max}$	0	1.0
ONeMg	$\rho_{\max} \leq 2 \times 10^5$	0	0
	$2 \times 10^5 < \rho_{\max} \leq 2 \times 10^6$	0.15	0
	$2 \times 10^6 < \rho_{\max} \leq 10^7$	0.8	0
	$10^7 < \rho_{\max}$	0	1.0

影響を避けるため, T_{\max} を用いずに原子核反応の生成物の見積もりを行う. このような取り組みは, 例えば Fink et al. (2010), Marquardt et al. (2015) においてなされている. それらにおいては, Ia 型超新星爆発における detonation による原子核反応の生成物を, 以下のような手段で求めている. まず, WD の中心部に detonation の点火源を初期条件として置いて, その後の detonation の伝搬を流体力学を解いて計算する. この際, detonation wave が到達した場所では全て ^{56}Ni になるとして原子核エネルギーの解放を考慮する. こうして流体力学を解いたあとで, その結果から WD の各地点での温度・密度の時間変化の情報を取り出し, post-process として原子核反応を解き, 生成物を計算する. この結果は, 当初仮定していた ^{56}Ni 100%とは異なる結果になる. 次に, この post-process 計算の結果を用いた, 原子核エネルギーの解放を考慮して, 再び detonation の流体力学を解く. これを繰り返し行い, post-process 計算の結果が収束するまで行う. その結果, detonation が到達する前の初期時点での密度を引数とする, 原子核反応の生成物の関数が得られる.

本研究では, ρ_{\max} を引数とする原子核反応の生成物の量の見積もりに, Fink et al. (2010), Marquardt et al. (2015) の結果を CO WD, ONeMMg WD に対して用いた. また, He WD については, Holcomb et al. (2013) や図 5.7 を用いて見積もりを行った. 表 6.1 に原子核反応の生成物の表を示す. 原子核反応を切り $N = 786432$ に固定して, 各 M_{WD} , M_{BH} , β のパラメータを変化させた数値計算を追加で行い, その結果に対して表 6.1 を適用することで, 原子核反応生成物の見積もりを行った. ただし, この見積もりで得られるのは, あくまで“WD の全ての部分が detonation を経験した場合の, 原子核反応の生成物の量”であることに注意が必要である. そもそも, WD のうちのどの部分が detonation を経験するかは不明であるため, これによって求められるのは“IME/IGE となる候補の質量”に相当する.

結果を図 6.4 に示す. また, 原子核反応入りの計算で得られた IMEs/IGEs の質量を, 原子核反応を切った計算で得られた IMEs/IGEs の候補の質量で割った割合も合わせて示す. ρ_{\max} の解像度依存性は小さいため, 解像度による結果の不定性は, ほとんど割合に現れる

と考えることが出来る。ゆえに、例えば下記のような手順によって、原子核反応の生成物の量を、多様なパラメータに対してより正確に求めることが出来る。まず、高解像度の詳細な計算を少数のパラメータの組に対して行い、そこで得られた IMEs/IGEs の質量を使って、燃えた IMEs/IGEs の割合を計算する。この結果と、本研究の $N = 786432$ の場合で得られた結果を比較することで、燃えた割合を補正することができる。この補正を他のパラメータの場合に対しても適用することで、多様なパラメータに関して、より正確な原子核反応の生成物の量の与える。

原子核反応の生成物を比較的正確に求めている計算としては、Tanikawa (2017a,b) がある。Tanikawa (2017a) では、 $M_{\text{WD}} = 0.45 M_{\odot}$ He WD, $M_{\text{BH}} = 300 M_{\odot}$, $\beta = 7$ の場合について、まず原子核反応なしの 300 M 個の SPH 粒子を用いた 3 次元計算を行った。それによって得られる、近日点に至る直前の z 方向のプロフィールを 1 次元に置き直し、次に原子核反応入りの高解像度 1 次元計算を行った。これを WD のいくつかの部分に対して行うことで、WD のどの部分が detonation を経験するのかを見積もり、原子核反応の生成物を計算した。例えば、同様の計算を本研究で調べたパラメータ空間のいくつかの場合について行うことで、先に述べたような燃えた IMEs/IGEs の質量割合の補正が行えると考えられる。

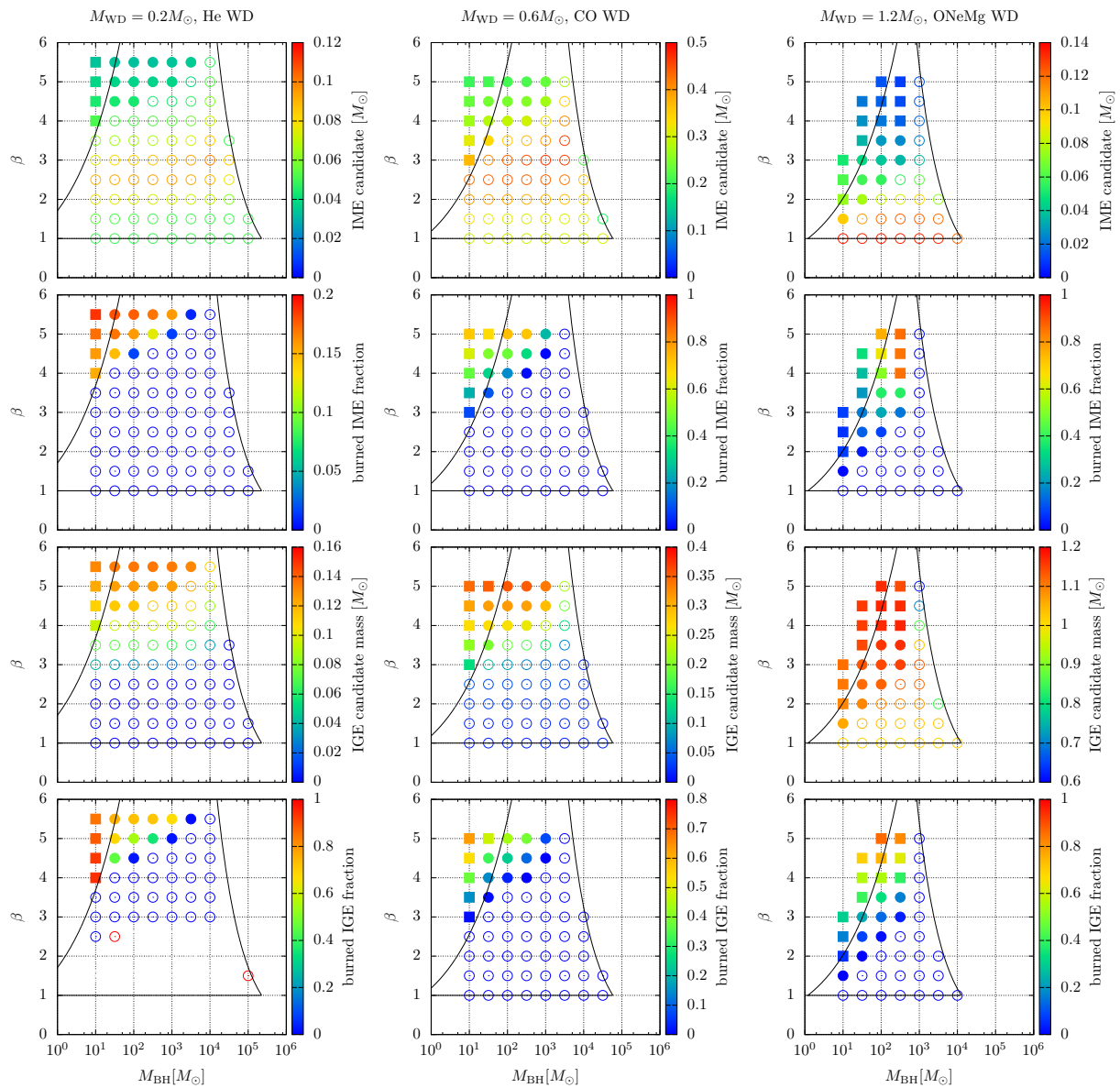


図 6.4: 解像度依存性の低い, 原子核反応の生成物の量. 各行が示しているのは, 1/3 行目は原子核反応によって生成される IMEs/IGEs 候補の質量, 2/4 行目は原子核反応を入れた計算で生成された IMEs/IGEs の質量を IMEs/IGEs 候補の質量で割った割合, である.

第7章 結論

7.1 本研究の結論

WD-BH TDE は未だに確たる観測例がない現象であるが, IMBH の性質の解明に繋がる現象であり, また I 型超新星に似た観測兆候を示すかもしれないという特徴があり, その観測の意義は大きい. この現象の発見に向けては, WD-BH TDE のテンプレートを準備することが重要であり, 特に M_{WD} , M_{BH} , β というパラメータに幅があることに由来する多様性を備えたテンプレートの整備は未だなされていなかった.

そこで本研究では, WD-BH TDE に関して, β をパラメータとして広いパラメータ空間内を変化させながら, 多数の流体シミュレーションを実行することで, WD-BH TDE の多様性を調べた. 原子核反応を組み込んだ計算を行うことで, 特に原子核反応に起因する観測兆候に関する多様性や, パラメータ依存性に着目した.

結果として, 生成される原子核の質量や, WD 残骸の運動に対する原子核反応の影響などの詳細なパラメータ依存性を得た. また, 本研究で新たに調べたパラメータ領域では, WD の先進する部分が後続する部分と自己衝突する特異な TDE が存在することが分かった. この場合, BH への fallback rate が特異になると期待される. 原子核反応で解放されるエネルギーは非束縛軌道を辿る残骸の質量を増やすが, $M_{\text{WD}} = 1.2 M_{\odot}$ の重い WD では潮汐力によるエネルギーの分配が支配的なため, 原子核反応の影響は軽い WD に比べ小さいという点を解明した. また, 軽いヘリウムで構成される WD の TDE は Calcium-rich gap transients と呼ばれる突発天体の起源になりうるという提案がなされていたが, この現象の観測と矛盾する多量の ^{56}Ni が本研究の数値シミュレーションでは生成されたため, その起源にはならないことを明らかにした.

ただし, 原子核反応とその生成物の結果に関しては, 数値計算の解像度を上げても収束しないという問題がある. これは数値計算の解像度が十分ではなく, WD が衝撃波によって加熱される過程を正しく追えていないことに由来する. しかしながら, 必要とされる解像度を用いると非常に計算コストが大きくなってしまう. そこで, 追加の計算として原子核反応を含めない計算を行い, WD の密度の最大値の情報を用いて原子核反応の生成物を推測した. これは, WD の密度の最大値は解像度を上げるにつれて収束していく, 正確性を担保できる物理量だからである. これにより, 数値計算の解像度依存性によらない, 原子核反応の生成物の質量・組成の指標を与えた.

7.2 今後の研究

多様性を備えた WD–BH TDE のテンプレートを整備するためには、本研究を発展させてさらに下記の2点を明らかにする必要がある。それは、原子核反応に伴う非束縛軌道を辿る残骸からの輻射と、束縛軌道を辿り BH に降着する残骸からの輻射である。本節では、この2点を解明するための、今後の研究の展望について述べる。

非束縛軌道からの残骸の輻射については、本研究で求めた ^{56}Ni の量から、残骸からの輻射源となる ^{56}Ni の崩壊によるエネルギーの供給を見積もることが出来る。ただし、6.2 節で述べたように、本研究の原子核反応の結果に関しては解像度を上げていっても収束しないという問題がある。そこで、まずは Tanikawa (2017a,b) といった手法にならない、高解像度の計算を少数のパラメータの組に対して行い、本研究の結果を補正する必要がある。また、本研究では BH のスピンはないとしているが、BH のスピンのない場合を考慮するという発展も考えられる。

さらに、より直接的な観測兆候である光度曲線やスペクトルを得るためには、非束縛軌道の残骸に対して輻射流体の方程式を解く必要がある。このような計算は MacLeod et al. (2016) によって一つのパラメータの組に対してなされている。それによれば、残骸からの輻射は数十日のタイムスケールで光るため、同様の期間の計算を行う必要がある。これまでの計算はこれより遥かに短いタイムスケール ($\sim 10\text{ s}$) であり、本研究と同じ手法を用いることは出来ない。この問題を解決する手法として、以下のものが考えられる。まずは、非束縛軌道を辿る残骸の運動が、BH の重力のみで表せるほど単純になるまでは本研究で用いた手法で計算を行う。具体的には、 $r \propto v_r$ の関係を満たす homologous 膨張になるまでの期間を本手法で計算する。その後、輻射流体の方程式を解く計算コードに初期条件として以前の計算結果を接続することで、輻射流体の計算を行い、非束縛軌道の残骸からの輻射をモデル化出来る。

束縛軌道を辿る残骸からの輻射をモデル化するには、下記の困難を解決する必要がある。まず、降着のタイムスケールは本研究で計算したタイムスケールよりも長い場合、単純に計算を長期間行えば良い訳ではない。例えば、 $M_{\text{WD}} = 0.6 M_{\odot}$ 、 $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$ の場合では、(2.33) より、降着が始まるのは $t_{\text{min}} \simeq 200\text{ s}$ 後である。さらに、特に相対論的ジェットを考慮するには磁場の影響も考慮する必要がある。これらの点から、本研究で用いた手法を降着段階でも用いるのは適切ではない。BH 周辺の降着円盤やジェットに関する研究は、これまで AGN の文脈でいくつか計算がなされており、それらの手法が降着段階での計算には適していると考えられる。よって、本計算の終了時刻での流体のプロフィールをこれらの計算に接続することで、降着段階のモデル化が可能である。この種の計算は、例えば Sądowski et al. (2016) によってなされている。

参考文献

- T. Alexander. Stellar processes near the massive black hole in the Galactic center [review article]. *Phys. Rep.*, 419:65–142, November 2005. doi: 10.1016/j.physrep.2005.08.002.
- T. Alexander. Stellar dynamics and tidal disruption events in galactic nuclei. In *European Physical Journal Web of Conferences*, volume 39 of *European Physical Journal Web of Conferences*, page 05001, December 2012. doi: 10.1051/epjconf/20123905001.
- T. Alexander. Stellar Dynamics and Stellar Phenomena Near a Massive Black Hole. *ARA&A*, 55:17–57, August 2017. doi: 10.1146/annurev-astro-091916-055306.
- R. Alves Batista and J. Silk. Ultrahigh-energy cosmic rays from tidally-ignited white dwarfs. *Phys. Rev. D*, 96(10):103003, November 2017. doi: 10.1103/PhysRevD.96.103003.
- N. Bade, S. Komossa, and M. Dahlem. Detection of an extremely soft X-ray outburst in the HII-like nucleus of NGC 5905. *A&A*, 309:L35–L38, May 1996.
- D. S. Balsara. von Neumann stability analysis of smooth particle hydrodynamics— suggestions for optimal algorithms. *Journal of Computational Physics*, 121:357–372, 1995. doi: 10.1016/S0021-9991(95)90221-X.
- F. E. Bauer, E. Treister, K. Schawinski, S. Schulze, B. Luo, D. M. Alexander, W. N. Brandt, A. Comastri, F. Forster, R. Gilli, D. A. Kann, K. Maeda, K. Nomoto, M. Pao-lillo, P. Ranalli, D. P. Schneider, O. Shemmer, M. Tanaka, A. Tolstov, N. Tominaga, P. Tozzi, C. Vignali, J. Wang, Y. Xue, and G. Yang. A new, faint population of X-ray transients. *MNRAS*, 467:4841–4857, June 2017. doi: 10.1093/mnras/stx417.
- G. V. Bicknell and R. A. Gingold. On tidal detonation of stars by massive black holes. *ApJ*, 273:749–760, October 1983. doi: 10.1086/161410.
- J. S. Bloom, D. Giannios, B. D. Metzger, S. B. Cenko, D. A. Perley, N. R. Butler, N. R. Tanvir, A. J. Levan, P. T. O’Brien, L. E. Strubbe, F. De Colle, E. Ramirez-Ruiz, W. H. Lee, S. Nayakshin, E. Quataert, A. R. King, A. Cucchiara, J. Guillochon, G. C. Bower, A. S. Fruchter, A. N. Morgan, and A. J. van der Horst. A Possible Relativistic Jetted Outburst from a Massive Black Hole Fed by a Tidally Disrupted Star. *Science*, 333: 203, July 2011. doi: 10.1126/science.1207150.

-
- G. C. Brown, A. J. Levan, E. R. Stanway, N. R. Tanvir, S. B. Cenko, E. Berger, R. Chornock, and A. Cucchiaria. Swift J1112.2-8238: a candidate relativistic tidal disruption flare. *MNRAS*, 452:4297–4306, October 2015. doi: 10.1093/mnras/stv1520.
- D. N. Burrows, J. A. Kennea, G. Ghisellini, V. Mangano, B. Zhang, K. L. Page, M. Eracleous, P. Romano, T. Sakamoto, A. D. Falcone, J. P. Osborne, S. Campana, A. P. Beardmore, A. A. Breeveld, M. M. Chester, R. Corbet, S. Covino, J. R. Cummings, P. D’Avanzo, V. D’Elia, P. Esposito, P. A. Evans, D. Fugazza, J. M. Gelbord, K. Hiroi, S. T. Holland, K. Y. Huang, M. Im, G. Israel, Y. Jeon, Y.-B. Jeon, H. D. Jun, N. Kawai, J. H. Kim, H. A. Krimm, F. E. Marshall, P. Mészáros, H. Negoro, N. Omodei, W.-K. Park, J. S. Perkins, M. Sugizaki, H.-I. Sung, G. Tagliaferri, E. Troja, Y. Ueda, Y. Urata, R. Usui, L. A. Antonelli, S. D. Barthelmy, G. Cusumano, P. Giommi, A. Melandri, M. Perri, J. L. Racusin, B. Sbarufatti, M. H. Siegel, and N. Gehrels. Relativistic jet activity from the tidal disruption of a star by a massive black hole. *Nature*, 476:421–424, August 2011. doi: 10.1038/nature10374.
- B. Carter and J. P. Luminet. Pancake detonation of stars by black holes in galactic nuclei. *Nature*, 296:211–214, March 1982. doi: 10.1038/296211a0.
- B. Carter and J.-P. Luminet. Tidal compression of a star by a large black hole. I Mechanical evolution and nuclear energy release by proton capture. *A&A*, 121:97–113, May 1983.
- S. B. Cenko, H. A. Krimm, A. Horesh, A. Rau, D. A. Frail, J. A. Kennea, A. J. Levan, S. T. Holland, N. R. Butler, R. M. Quimby, J. S. Bloom, A. V. Filippenko, A. Gal-Yam, J. Greiner, S. R. Kulkarni, E. O. Ofek, F. Olivares E., P. Schady, J. M. Silverman, N. R. Tanvir, and D. Xu. Swift J2058.4+0516: Discovery of a Possible Second Relativistic Tidal Disruption Flare? *ApJ*, 753:77, July 2012. doi: 10.1088/0004-637X/753/1/77.
- R. M. Cheng and T. Bogdanović. Tidal disruption of a star in the Schwarzschild spacetime: Relativistic effects in the return rate of debris. *Phys. Rev. D*, 90(6):064020, September 2014. doi: 10.1103/PhysRevD.90.064020.
- D. Clausen and M. Eracleous. Probing Intermediate-mass Black Holes with Optical Emission Lines from Tidally Disrupted White Dwarfs. *ApJ*, 726:34, January 2011. doi: 10.1088/0004-637X/726/1/34.
- M. Dan, S. Rosswog, M. Brüggen, and P. Podsiadlowski. The structure and fate of white dwarf merger remnants. *MNRAS*, 438:14–34, February 2014. doi: 10.1093/mnras/stt1766.
- W. Dehnen and H. Aly. Improving convergence in smoothed particle hydrodynamics simulations without pairing instability. *MNRAS*, 425:1068–1082, September 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.21439.x.

-
- L. Dou, T.-g. Wang, N. Jiang, C. Yang, J. Lyu, and H. Zhou. Long Fading Mid-infrared Emission in Transient Coronal Line Emitters: Dust Echo of a Tidal Disruption Flare. *ApJ*, 832:188, December 2016. doi: 10.3847/0004-637X/832/2/188.
- J. K. Dukowicz. A general, non-iterative Riemann solver for Godunov’s method. *Journal of Computational Physics*, 61:119–137, October 1985. doi: 10.1016/0021-9991(85)90064-6.
- W. E. East. Gravitational Waves from the Collision of Tidally Disrupted Stars with Massive Black Holes. *ApJ*, 795:135, November 2014. doi: 10.1088/0004-637X/795/2/135.
- C. Evans, P. Laguna, and M. Eracleous. Ultra-close Encounters of Stars with Massive Black Holes: Tidal Disruption Events with Prompt Hyperaccretion. *ApJ*, 805:L19, June 2015. doi: 10.1088/2041-8205/805/2/L19.
- M. Fink, F. K. Röpke, W. Hillebrandt, I. R. Seitenzahl, S. A. Sim, and M. Kromer. Double-detonation sub-Chandrasekhar supernovae: can minimum helium shell masses detonate the core? *A&A*, 514:A53, May 2010. doi: 10.1051/0004-6361/200913892.
- J. Frank. Tidal disruption by a massive black hole and collisions in galactic nuclei. *MNRAS*, 184:87–99, July 1978. doi: 10.1093/mnras/184.1.87.
- J. Frank and M. J. Rees. Effects of massive central black holes on dense stellar systems. *MNRAS*, 176:633–647, September 1976. doi: 10.1093/mnras/176.3.633.
- B. Fryxell, K. Olson, P. Ricker, F. X. Timmes, M. Zingale, D. Q. Lamb, P. MacNeice, R. Rosner, J. W. Truran, and H. Tufo. FLASH: An Adaptive Mesh Hydrodynamics Code for Modeling Astrophysical Thermonuclear Flashes. *ApJS*, 131:273–334, November 2000. doi: 10.1086/317361.
- J. Guillochon and E. Ramirez-Ruiz. Hydrodynamical Simulations to Determine the Feeding Rate of Black Holes by the Tidal Disruption of Stars: The Importance of the Impact Parameter and Stellar Structure. *ApJ*, 767:25, April 2013. doi: 10.1088/0004-637X/767/1/25.
- R. Haas, R. V. Shcherbakov, T. Bode, and P. Laguna. Tidal Disruptions of White Dwarfs from Ultra-close Encounters with Intermediate-mass Spinning Black Holes. *ApJ*, 749:117, April 2012. doi: 10.1088/0004-637X/749/2/117.
- K. Hayasaki, N. Stone, and A. Loeb. Circularization of tidally disrupted stars around spinning supermassive black holes. *MNRAS*, 461:3760–3780, October 2016. doi: 10.1093/mnras/stw1387.
- J. G. Hills. Possible power source of Seyfert galaxies and QSOs. *Nature*, 254:295–298, March 1975. doi: 10.1038/254295a0.

-
- C. Holcomb, J. Guillochon, F. De Colle, and E. Ramirez-Ruiz. Conditions for Successful Helium Detonations in Astrophysical Environments. *ApJ*, 771:14, July 2013. doi: 10.1088/0004-637X/771/1/14.
- K. Ioka, K. Hotokezaka, and T. Piran. Are Ultra-long Gamma-Ray Bursts Caused by Blue Supergiant Collapsars, Newborn Magnetars, or White Dwarf Tidal Disruption Events? *ApJ*, 833:110, December 2016. doi: 10.3847/1538-4357/833/1/110.
- M. Iwasawa, A. Tanikawa, N. Hosono, K. Nitadori, T. Muranushi, and J. Makino. Implementation and performance of FDPS: a framework for developing parallel particle simulation codes. *PASJ*, 68:54, August 2016a. doi: 10.1093/pasj/psw053.
- M. Iwasawa, A. Tanikawa, N. Hosono, K. Nitadori, T. Muranushi, and J. Makino. FDPS: Framework for Developing Particle Simulators. *Astrophysics Source Code Library*, April 2016b.
- N. Jiang, L. Dou, T. Wang, C. Yang, J. Lyu, and H. Zhou. The WISE Detection of an Infrared Echo in Tidal Disruption Event ASASSN-14li. *ApJ*, 828:L14, September 2016. doi: 10.3847/2041-8205/828/1/L14.
- N. Jiang, T. Wang, L. Yan, T. Xiao, C. Yang, L. Dou, H. Wang, R. Cutri, and A. Mainzer. Mid-infrared Flare of TDE Candidate PS16dtm: Dust Echo and Implications for the Spectral Evolution. *ApJ*, 850:63, November 2017. doi: 10.3847/1538-4357/aa93f5.
- P. G. Jonker, A. Glennie, M. Heida, T. Maccarone, S. Hodgkin, G. Nelemans, J. C. A. Miller-Jones, M. A. P. Torres, and R. Fender. Discovery of a New Kind of Explosive X-Ray Transient near M86. *ApJ*, 779:14, December 2013. doi: 10.1088/0004-637X/779/1/14.
- M. M. Kasliwal, S. R. Kulkarni, A. Gal-Yam, P. E. Nugent, M. Sullivan, L. Bildsten, O. Yaron, H. B. Perets, I. Arcavi, S. Ben-Ami, V. B. Bhallerao, J. S. Bloom, S. B. Cenko, A. V. Filippenko, D. A. Frail, M. Ganeshalingam, A. Horesh, D. A. Howell, N. M. Law, D. C. Leonard, W. Li, E. O. Ofek, D. Polishook, D. Poznanski, R. M. Quimby, J. M. Silverman, A. Sternberg, and D. Xu. Calcium-rich Gap Transients in the Remote Outskirts of Galaxies. *ApJ*, 755:161, August 2012. doi: 10.1088/0004-637X/755/2/161.
- K. Kawana, A. Tanikawa, and N. Yoshida. Tidal Disruption of a White Dwarf by a Black Hole: The Diversity of Nucleosynthesis, Explosion Energy, and the Fate of Debris Streams. *ArXiv e-prints*, May 2017.
- S. Kobayashi, P. Laguna, E. S. Phinney, and P. Mészáros. Gravitational Waves and X-Ray Signals from Stellar Disruption by a Massive Black Hole. *ApJ*, 615:855–865, November 2004. doi: 10.1086/424684.

-
- S. Komossa. Tidal disruption of stars by supermassive black holes: Status of observations. *Journal of High Energy Astrophysics*, 7:148–157, September 2015. doi: 10.1016/j.jheap.2015.04.006.
- J. H. Krolik and T. Piran. Swift J1644+57: A White Dwarf Tidally Disrupted by a 10^4 M Black Hole? *ApJ*, 743:134, December 2011. doi: 10.1088/0004-637X/743/2/134.
- J. Law-Smith, M. MacLeod, J. Guillochon, P. Macias, and E. Ramirez-Ruiz. Low-Mass White Dwarfs With Hydrogen Envelopes as a Missing Link in the Tidal Disruption Menu. *ArXiv e-prints*, January 2017.
- A. J. Levan, N. R. Tanvir, S. B. Cenko, D. A. Perley, K. Wiersema, J. S. Bloom, A. S. Fruchter, A. d. U. Postigo, P. T. O’Brien, N. Butler, A. J. van der Horst, G. Leloudas, A. N. Morgan, K. Misra, G. C. Bower, J. Farihi, R. L. Tunnicliffe, M. Modjaz, J. M. Silverman, J. Hjorth, C. Thöne, A. Cucchiara, J. M. C. Cerón, A. J. Castro-Tirado, J. A. Arnold, M. Bremer, J. P. Brodie, T. Carroll, M. C. Cooper, P. A. Curran, R. M. Cutri, J. Ehle, D. Forbes, J. Fynbo, J. Gorosabel, J. Graham, D. I. Hoffman, S. Guziy, P. Jakobsson, A. Kamble, T. Kerr, M. M. Kasliwal, C. Kouveliotou, D. Kocevski, N. M. Law, P. E. Nugent, E. O. Ofek, D. Poznanski, R. M. Quimby, E. Rol, A. J. Romanowsky, R. Sánchez-Ramírez, S. Schulze, N. Singh, L. van Spaandonk, R. L. C. Starling, R. G. Strom, J. C. Tello, O. Vaduvescu, P. J. Wheatley, R. A. M. J. Wijers, J. M. Winters, and D. Xu. An Extremely Luminous Panchromatic Outburst from the Nucleus of a Distant Galaxy. *Science*, 333:199, July 2011. doi: 10.1126/science.1207143.
- A. P. Lightman and S. L. Shapiro. The distribution and consumption rate of stars around a massive, collapsed object. *ApJ*, 211:244–262, January 1977. doi: 10.1086/154925.
- D. Lin, J. Guillochon, S. Komossa, E. Ramirez-Ruiz, J. A. Irwin, W. P. Maksym, D. Grupe, O. Godet, N. A. Webb, D. Barret, B. A. Zauderer, P.-A. Duc, E. R. Carrasco, and S. D. J. Gwyn. A likely decade-long sustained tidal disruption event. *Nature Astronomy*, 1:0033, February 2017. doi: 10.1038/s41550-016-0033.
- E. Livne and D. Arnett. Explosions of Sub-Chandrasekhar Mass White Dwarfs in Two Dimensions. *ApJ*, 452:62, October 1995. doi: 10.1086/176279.
- LSST Science Collaboration, P. A. Abell, J. Allison, S. F. Anderson, J. R. Andrew, J. R. P. Angel, L. Armus, D. Arnett, S. J. Asztalos, T. S. Axelrod, and et al. LSST Science Book, Version 2.0. *ArXiv e-prints*, December 2009.
- J.-P. Luminet and B. Pichon. Tidally-detonated nuclear reactions in main sequence stars passing near a large black hole. *A&A*, 209:85–102, January 1989a.
- J.-P. Luminet and B. Pichon. Tidal pinching of white dwarfs. *A&A*, 209:103–110, January 1989b.

-
- M. MacLeod, J. Goldstein, E. Ramirez-Ruiz, J. Guillochon, and J. Samsing. Illuminating Massive Black Holes with White Dwarfs: Orbital Dynamics and High-energy Transients from Tidal Interactions. *ApJ*, 794:9, October 2014. doi: 10.1088/0004-637X/794/1/9.
- M. MacLeod, J. Guillochon, E. Ramirez-Ruiz, D. Kasen, and S. Rosswog. Optical Thermonuclear Transients from Tidal Compression of White Dwarfs as Tracers of the Low End of the Massive Black Hole Mass Function. *ApJ*, 819:3, March 2016. doi: 10.3847/0004-637X/819/1/3.
- D. Mainetti, A. Lupi, S. Campana, M. Colpi, E. R. Coughlin, J. Guillochon, and E. Ramirez-Ruiz. The fine line between total and partial tidal disruption events. *ArXiv e-prints*, February 2017.
- K. S. Marquardt, S. A. Sim, A. J. Ruiter, I. R. Seitenzahl, S. T. Ohlmann, M. Kromer, R. Pakmor, and F. K. Röpkke. Type Ia supernovae from exploding oxygen-neon white dwarfs. *A&A*, 580:A118, August 2015. doi: 10.1051/0004-6361/201525761.
- M. Mezcua. Observational evidence for intermediate-mass black holes. *International Journal of Modern Physics D*, 26:1730021, 2017. doi: 10.1142/S021827181730021X.
- J. J. Monaghan. SPH and Riemann Solvers. *Journal of Computational Physics*, 136: 298–307, September 1997. doi: 10.1006/jcph.1997.5732.
- J. P. Morris and J. J. Monaghan. A Switch to Reduce SPH Viscosity. *Journal of Computational Physics*, 136:41–50, September 1997. doi: 10.1006/jcph.1997.5690.
- H. B. Perets, A. Gal-Yam, P. A. Mazzali, D. Arnett, D. Kagan, A. V. Filippenko, W. Li, I. Arcavi, S. B. Cenko, D. B. Fox, D. C. Leonard, D.-S. Moon, D. J. Sand, A. M. Soderberg, J. P. Anderson, P. A. James, R. J. Foley, M. Ganeshalingam, E. O. Ofek, L. Bildsten, G. Nelemans, K. J. Shen, N. N. Weinberg, B. D. Metzger, A. L. Piro, E. Quataert, M. Kiewe, and D. Poznanski. A faint type of supernova from a white dwarf with a helium-rich companion. *Nature*, 465:322–325, May 2010. doi: 10.1038/nature09056.
- T. Piran, G. Svirski, J. Krolik, R. M. Cheng, and H. Shiokawa. Disk Formation Versus Disk Accretion—What Powers Tidal Disruption Events? *ApJ*, 806:164, June 2015. doi: 10.1088/0004-637X/806/2/164.
- D. J. Price. Modelling discontinuities and Kelvin Helmholtz instabilities in SPH. *Journal of Computational Physics*, 227:10040–10057, December 2008. doi: 10.1016/j.jcp.2008.08.011.
- D. J. Price and J. J. Monaghan. An energy-conserving formalism for adaptive gravitational force softening in smoothed particle hydrodynamics and N-body codes. *MNRAS*, 374: 1347–1358, February 2007. doi: 10.1111/j.1365-2966.2006.11241.x.

-
- C. Raskin, E. Scannapieco, G. Rockefeller, C. Fryer, S. Diehl, and F. X. Timmes. ^{56}Ni Production in Double-degenerate White Dwarf Collisions. *ApJ*, 724:111–125, November 2010. doi: 10.1088/0004-637X/724/1/111.
- M. J. Rees. Tidal disruption of stars by black holes of 10 to the 6th-10 to the 8th solar masses in nearby galaxies. *Nature*, 333:523–528, June 1988. doi: 10.1038/333523a0.
- S. Rosswog, E. Ramirez-Ruiz, and W. R. Hix. Atypical Thermonuclear Supernovae from Tidally Crushed White Dwarfs. *ApJ*, 679:1385-1389, June 2008. doi: 10.1086/528738.
- S. Rosswog, E. Ramirez-Ruiz, and W. R. Hix. Tidal Disruption and Ignition of White Dwarfs by Moderately Massive Black Holes. *ApJ*, 695:404–419, April 2009. doi: 10.1088/0004-637X/695/1/404.
- R. Sari, S. Kobayashi, and E. M. Rossi. Hypervelocity Stars and the Restricted Parabolic Three-Body Problem. *ApJ*, 708:605–614, January 2010. doi: 10.1088/0004-637X/708/1/605.
- Y. Sato, N. Nakasato, A. Tanikawa, K. Nomoto, K. Maeda, and I. Hachisu. A Systematic Study of Carbon-Oxygen White Dwarf Mergers: Mass Combinations for Type Ia Supernovae. *ApJ*, 807:105, July 2015. doi: 10.1088/0004-637X/807/1/105.
- Y. Sato, N. Nakasato, A. Tanikawa, K. Nomoto, K. Maeda, and I. Hachisu. The Critical Mass Ratio of Double White Dwarf Binaries for Violent Merger-induced Type Ia Supernova Explosions. *ApJ*, 821:67, April 2016. doi: 10.3847/0004-637X/821/1/67.
- A. Sądowski, E. Tejeda, E. Gafton, S. Rosswog, and D. Abarca. Magnetohydrodynamical simulations of a deep tidal disruption in general relativity. *MNRAS*, 458:4250–4268, June 2016. doi: 10.1093/mnras/stw589.
- P. H. Sell, T. J. MacCarone, R. Kotak, C. Knigge, and D. J. Sand. Calcium-rich gap transients: tidal detonations of white dwarfs? *MNRAS*, 450:4198–4206, July 2015. doi: 10.1093/mnras/stv902.
- S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky. *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*. Wiley, 1983.
- R. V. Shcherbakov, A. Pe’er, C. S. Reynolds, R. Haas, T. Bode, and P. Laguna. GRB060218 as a Tidal Disruption of a White Dwarf by an Intermediate-mass Black Hole. *ApJ*, 769:85, June 2013. doi: 10.1088/0004-637X/769/2/85.
- H. Shiokawa, J. H. Krolik, R. M. Cheng, T. Piran, and S. C. Noble. General Relativistic Hydrodynamic Simulation of Accretion Flow from a Stellar Tidal Disruption. *ApJ*, 804: 85, May 2015. doi: 10.1088/0004-637X/804/2/85.

-
- N. Stone, R. Sari, and A. Loeb. Consequences of strong compression in tidal disruption events. *MNRAS*, 435:1809–1824, November 2013. doi: 10.1093/mnras/stt1270.
- N. C. Stone and B. D. Metzger. Rates of stellar tidal disruption as probes of the supermassive black hole mass function. *MNRAS*, 455:859–883, January 2016. doi: 10.1093/mnras/stv2281.
- L. E. Strubbe and E. Quataert. Optical flares from the tidal disruption of stars by massive black holes. *MNRAS*, 400:2070–2084, December 2009. doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.15599.x.
- A. Tanikawa. High-resolution hydrodynamic simulation of tidal detonation of a helium white dwarf by an intermediate mass black hole. *ArXiv e-prints*, November 2017a.
- A. Tanikawa. Tidal double detonation: a new mechanism for a thermonuclear explosion of a white dwarf induced by a tidal disruption event. *ArXiv e-prints*, November 2017b.
- A. Tanikawa, K. Yoshikawa, T. Okamoto, and K. Nitadori. N-body simulation for self-gravitating collisional systems with a new SIMD instruction set extension to the x86 architecture, Advanced Vector eXtensions. *New Astron.*, 17:82–92, February 2012. doi: 10.1016/j.newast.2011.07.001.
- A. Tanikawa, K. Yoshikawa, K. Nitadori, and T. Okamoto. Phantom-GRAPE: Numerical software library to accelerate collisionless N-body simulation with SIMD instruction set on x86 architecture. *New Astron.*, 19:74–88, February 2013. doi: 10.1016/j.newast.2012.08.009.
- A. Tanikawa, N. Nakasato, Y. Sato, K. Nomoto, K. Maeda, and I. Hachisu. Hydrodynamical Evolution of Merging Carbon-Oxygen White Dwarfs: Their Pre-supernova Structure and Observational Counterparts. *ApJ*, 807:40, July 2015. doi: 10.1088/0004-637X/807/1/40.
- A. Tanikawa, Y. Sato, K. Nomoto, K. Maeda, N. Nakasato, and I. Hachisu. Does Explosive Nuclear Burning Occur in Tidal Disruption Events of White Dwarfs by Intermediate-mass Black Holes? *ApJ*, 839:81, April 2017. doi: 10.3847/1538-4357/aa697d.
- E. Tejeda and S. Rosswog. An accurate Newtonian description of particle motion around a Schwarzschild black hole. *MNRAS*, 433:1930–1940, August 2013. doi: 10.1093/mnras/stt853.
- F. X. Timmes. Integration of Nuclear Reaction Networks for Stellar Hydrodynamics. *ApJS*, 124:241–263, September 1999. doi: 10.1086/313257.
- F. X. Timmes and D. Arnett. The Accuracy, Consistency, and Speed of Five Equations of State for Stellar Hydrodynamics. *ApJS*, 125:277–294, November 1999. doi: 10.1086/313271.

-
- F. X. Timmes and F. D. Swesty. The Accuracy, Consistency, and Speed of an Electron-Positron Equation of State Based on Table Interpolation of the Helmholtz Free Energy. *ApJS*, 126:501–516, February 2000. doi: 10.1086/313304.
- F. X. Timmes, R. D. Hoffman, and S. E. Woosley. An Inexpensive Nuclear Energy Generation Network for Stellar Hydrodynamics. *ApJS*, 129:377–398, July 2000. doi: 10.1086/313407.
- S. Valenti, F. Yuan, S. Taubenberger, K. Maguire, A. Pastorello, S. Benetti, S. J. Smartt, E. Cappellaro, D. A. Howell, L. Bildsten, K. Moore, M. Stritzinger, J. P. Anderson, S. Benitez-Herrera, F. Bufano, S. Gonzalez-Gaitan, M. G. McCrum, G. Pignata, M. Fraser, A. Gal-Yam, L. Le Guillou, C. Inserra, D. E. Reichart, R. Scalzo, M. Sullivan, O. Yaron, and D. R. Young. PESSTO monitoring of SN 2012hn: further heterogeneity among faint Type I supernovae. *MNRAS*, 437:1519–1533, January 2014. doi: 10.1093/mnras/stt1983.
- J. Wang and D. Merritt. Revised Rates of Stellar Disruption in Galactic Nuclei. *ApJ*, 600:149–161, January 2004. doi: 10.1086/379767.
- Holger Wendland. Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. *Advances in computational Mathematics*, 4(1):389–396, 1995.
- J. R. Wilson and G. J. Mathews. White Dwarfs near Black Holes: A New Paradigm for Type I Supernovae. *ApJ*, 610:368–377, July 2004. doi: 10.1086/421449.
- S. E. Woosley and T. A. Weaver. Sub-Chandrasekhar mass models for Type IA supernovae. *ApJ*, 423:371–379, March 1994. doi: 10.1086/173813.
- I. Zalamea, K. Menou, and A. M. Beloborodov. White dwarfs stripped by massive black holes: sources of coincident gravitational and electromagnetic radiation. *MNRAS*, 409:L25–L29, November 2010. doi: 10.1111/j.1745-3933.2010.00930.x.
- B. A. Zauderer, E. Berger, A. M. Soderberg, A. Loeb, R. Narayan, D. A. Frail, G. R. Petitpas, A. Brunthaler, R. Chornock, J. M. Carpenter, G. G. Pooley, K. Mooley, S. R. Kulkarni, R. Margutti, D. B. Fox, E. Nakar, N. A. Patel, N. H. Volgenau, T. L. Culverhouse, M. F. Bietenholz, M. P. Rupen, W. Max-Moerbeck, A. C. S. Readhead, J. Richards, M. Shepherd, S. Storm, and C. L. H. Hull. Birth of a relativistic outflow in the unusual γ -ray transient Swift J164449.3+573451. *Nature*, 476:425–428, August 2011. doi: 10.1038/nature10366.
- B. T. Zhang, K. Murase, F. Oikonomou, and Z. Li. High-energy cosmic ray nuclei from tidal disruption events: Origin, survival, and implications. *Phys. Rev. D*, 96(6):063007, September 2017. doi: 10.1103/PhysRevD.96.063007.

幸治 富阪, 知幸 花輪, and 淳一郎 牧野. シミュレーション天文学. シリーズ現代の天文学.
日本評論社, 2007. ISBN 9784535607347.