

修士論文

クエーサーと銀河団の相互相関関数で調べる クエーサーと暗黒物質分布との関係

東京大学大学院 理学系研究科
物理学専攻 修士課程2年

表 尚平

2015年1月

目次

第 1 章	はじめに	2
第 2 章	膨張宇宙と密度揺らぎ	4
2.1	一様等方宇宙	4
2.1.1	一様等方時空の計量と宇宙論における距離	4
2.1.2	フリードマン方程式と宇宙論パラメーター	7
2.2	密度揺らぎの成長	9
2.2.1	揺らぎの発展方程式	9
2.2.2	線形近似による揺らぎの成長	10
2.3	構造形成と非一様宇宙の観測量	13
2.3.1	球対称非線形モデル	13
2.3.2	球対称モデルでのビリアル平衡	14
2.3.3	プレス-シェヒター理論	16
2.3.4	2点相関関数とパワースペクトル	19
2.3.5	角度相関関数	21
2.3.6	バイアス	23
第 3 章	Halo Occupation Distribution	25
3.1	ダークマターとは	25
3.2	銀河分布とダークマター分布の関係	26
3.2.1	HOD の考え方	26
3.2.2	銀河の HOD に関するこれまでの研究	27
3.3	クエーサーとダークマターの分布	30
3.3.1	クエーサーとは	30
3.3.2	クエーサーの HOD	31
第 4 章	SDSS の観測	35
4.1	SDSS とは	35
4.1.1	クエーサー (SDSS Data release 7)	35
4.1.2	銀河団 (SDSS Data release 8)	36
4.2	本研究における解析	42
4.2.1	観測データ	42
4.2.2	クエーサーと銀河団の相互相関関数	42
4.2.3	自己相関関数との比較	46

第5章	クエーサー HOD の概算	47
5.1	HOD と相互相関関数との関係式	47
5.2	HOD の計算	51
5.3	フィッティング結果	56
5.4	モデルとの比較	59
5.5	今後の改善点	59
第6章	結論	61
	参考文献	62

第1章 はじめに

宇宙の質量の大部分はダークマター (暗黒物質) が占めているが、電磁相互作用をしないためダークマターを直接観測することはできない。しかし、ダークマターの分布を調べることは、銀河形成や進化を考える上での重要な手がかりになるため、銀河分布とダークマター分布の間の関係を調べることは大変重要である。

ダークマターは 1933 年のツビッキーによる、かみのけ座銀河団の解析によって最初に示唆された。銀河団の質量・光度比と近傍の渦巻銀河から見積もられた銀河自体の質量・光度比を比べてみると、銀河団の質量光度比が銀河より少なくとも約 400 倍大きいという見積もりを得、銀河団の質量が単に銀河の質量を足し合わせたものではないことを意味すると結論づけた (Zwicky 1933)。また、1970 年にはルービンとフォードによって渦巻銀河の回転曲線がケプラー回転よりも大きな速度を持っていることが示された。星のあまりないところにも質量が広がっており、光っている円盤部分よりも大きく広がったダークハローと呼ばれる大きな質量が存在していると考えられている (Rubin & Ford 1970)。また楕円銀河にもやはりダークハローが見つかっており、星の総質量の 10 倍あるいはそれ以上の量のダークハローが銀河の質量として寄与していることが明らかになっている。その他、渦巻き銀河の円盤の安定性、銀河の潮汐力によって矮小銀河の一部がはぎとられた跡、銀河の特異運動、銀河団の X 線の温度、重力レンズ現象など、数多くの観測によってダークマターの存在が裏付けられている。

現在の宇宙の構造形成のシナリオでは、ダークマターが重力不安定性で成長して、そのなかでバリオンが冷却され星形成をして銀河が形成されると考えられている。しかし、銀河の形成・進化過程は本質的に非線形・複雑系であり、星形成や超新星フィードバックなどの物理的に未解明な過程を多数含むため、まだ完全に理解されているとは言えない。そこで、観測的に銀河とダークマターの分布を調べることでその手がかりが得られると考えられている。その方法として、先ほど述べたダークハローの中にある銀河の数 (HOD、Halo Occupation Distribution) を考え、銀河とダークマターの分布の関係を調べようという考え方がある (Berlind & Weinberg 2002、Kravtsov et al. 2004、Zheng et al. 2005 など)。この考え方はダークマターが空間にどのように分布するかを記述するハローモデルに基づいており、ビリアル質量 M のダークハローの中にある銀河の数 N を M の関数で表す。HOD は銀河形成の物理の理解の手がかりを与える他、一旦 HOD が与えられれば、HOD からいろいろな観測量が計算できるため、観測と比較することで HOD を制限することができる。

この考え方は、最近では銀河だけではなくクエーサーにも適用されている。クエーサーとは 1950 年代後半に行われた電波観測で発見された、非常に遠方で極めて明るく輝いているために、光学望遠鏡では内部構造が見えず、あたかも恒星のような点光源に見える天体のことである。クエーサーは非常に明るく遠方のものまで観測できるため、初期の宇宙

の銀河形成が盛んであった時代の研究に有用であり、その分布や進化を調べることで、銀河形成についての手がかりが得られると考えられている。さらに最近では、クエーサーと銀河の共進化やクエーサーからのフィードバックが銀河形成に与える影響が議論されており、これらのことからクエーサーを観測することで、銀河形成に対する知見が得られると考えられる。クエーサーのHODのモデルは最近いくつか提唱されはじめているが(例えば、Kayo & Oguri 2012; Richardson et al. 2012; Shen et al. 2013 など)、大きな問題点として、それぞれのモデルで主にハロー質量が大きい部分($\sim 10^{15} M_{\odot}$)でそのふるまいが異なっていることが指摘されている。どのモデルでもクエーサーの観測から推定される2点相関関数(自己相関関数)を説明できてしまうため、これらのモデルは縮退していることを意味している。これはクエーサーは比較的まれな天体であり銀河の場合と比べてHODを一意的に決めるのが難しいことに起因している。そこで、本研究では $\gtrsim 10^{14} M_{\odot}$ の質量スケールでのHOD縮退を解くため、銀河団とクエーサーの2点相関関数(相互相関関数)を考え、クエーサーHODに対して制限をつけることを考える。そのために、SDSSで観測されたクエーサーと銀河団のデータを使い、ここからクエーサーHODに対する制限を与え、モデルとの比較を行った。

第2章 膨張宇宙と密度揺らぎ

2.1 一様等方宇宙

我々の宇宙は、大局的スケールでは一様かつ等方であると考えられる(宇宙原理)。小さなスケールで見れば銀河など様々な構造があり、また渦巻銀河の回転軸方向が特別な方向になっているなど、一様でも等方でもない。しかし、超銀河団を越えるような数百 Mpc 以上のスケールでは、平均して見れば宇宙は一様等方とだけ見なせると考えられるのである。したがって、宇宙論ではこの宇宙原理を採用する(以下、光速 $c = 1$ とする)。

2.1.1 一様等方時空の計量と宇宙論における距離

一様等方な時空は、曲率 K 、スケール因子 a を用いて以下のように表せる(ロバートソン-ウォーカー計量)。

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right) \quad (2.1)$$

次に、現在時刻 ($a = 1$) における、動径方向の測地的微小距離 dx を考える。これは時間と角度を固定した線素 ds で与えられ、ロバートソン-ウォーカー計量より、

$$dx = \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \quad (2.2)$$

となる。これを積分すると、

$$r = S_K(x) = \begin{cases} \frac{\sinh(\sqrt{-K}x)}{\sqrt{-K}} & (K < 0) \\ x & (K = 0) \\ \frac{\sin(\sqrt{K}x)}{\sqrt{K}} & (K > 0) \end{cases} \quad (2.3)$$

となる。これを用いるとロバートソン-ウォーカー計量は

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) (dx^2 + S_K^2(x) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)) \quad (2.4)$$

と書き換えられる。この座標 x のことを共動距離という。

また、天体から出発した光が、原点にいる観測者に向かって進んでいるとすると、光はヌル測地線 $ds = 0$ に沿って進むから、光線上では

$$dt = -a(t)dx \quad (2.5)$$

が成り立つ。赤方偏移 z は $1+z = 1/a$ と定義されるから、

$$\frac{dz}{H} = dx = \frac{dr}{\sqrt{1-Kr}} \quad (2.6)$$

という関係が得られる。ただし、ここで H は任意の時刻 t での膨張率を表し、

$$H \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (2.7)$$

で定義され、ハッブル・パラメーターと呼ばれる。

光度距離

赤方偏移 z にある天体の、単位波長あたりの光度を $L(\lambda)$ 、単位波長あたりのフラックスを $F(\lambda)$ とすると、赤方偏移などの効果を考慮しなければ、

$$F(\lambda) = \frac{L(\lambda)}{4\pi r^2} \quad (2.8)$$

となる。しかし、ロバートソン-ウォーカー計量では宇宙膨張と曲率の効果によって、以下のように変更される (以下では $c = \hbar = 1$ とする)。

天体から波長 $\lambda \sim \lambda + \delta\lambda$ および時間 $t \sim t + \delta t$ の間で放出されるエネルギーは

$$\delta E = L(\lambda)\delta\lambda\delta t \quad (2.9)$$

である。光子 1 個あたりのエネルギーは $2\pi/\lambda$ であるから、放出される光子数は

$$\delta N = \frac{\delta E}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda L(\lambda)}{2\pi}\delta\lambda\delta t \quad (2.10)$$

である。一方で、これらの光子を観測者が観測する波長 λ_0 は

$$\lambda_0 = (1+z)\lambda \quad (2.11)$$

となり、また観測者の時間間隔 δt_0 は、固有時間の違いから

$$\delta t_0 = (1+z)\delta t \quad (2.12)$$

となるから、光子数 δN を観測者の量で書き直すと、

$$\delta N = \frac{\lambda_0}{2\pi(1+z)^3} L\left(\frac{\lambda_0}{1+z}\right) \delta\lambda_0 \delta t_0 \quad (2.13)$$

となる。したがって、観測者が受け取るフラックスは

$$F(\lambda_0)\delta\lambda_0 = \frac{2\pi/\lambda_0 \cdot \delta N}{4\pi r^2 \delta t_0} \quad (2.14)$$

したがって、観測者の位置でもフラックスは

$$F(\lambda_0) = \frac{1}{4\pi r^2(1+z)^3} L\left(\frac{\lambda_0}{1+z}\right) \quad (2.15)$$

となる。ここで、全波長で積分したフラックスを F_{total} 、光度を L_{total} とすると、

$$F_{\text{total}} = \int_0^{\infty} F(\lambda_0) d\lambda_0 \quad , \quad L_{\text{total}} = \int_0^{\infty} L(\lambda) d\lambda \quad (2.16)$$

で与えられるから、(2.15) は、

$$F_{\text{total}} = \frac{L_{\text{total}}}{4\pi r^2 (1+z)^2} \quad (2.17)$$

になる。ここで、

$$d_L \equiv r(1+z) \quad (2.18)$$

で定義される量 d_L を用いると、上の式は

$$F_{\text{total}} = \frac{L_{\text{total}}}{4\pi d_L^2} \quad (2.19)$$

となり、赤方偏移などの効果を考慮しない場合の式 (2.8) の r を d_L で置き換えたものになる。この d_L は光度距離と呼ばれる。

角径距離

距離 r にある天体の、視線に垂直な方向のサイズを l とし、見かけの角度を $\Delta\theta$ とすると ($\Delta\theta \ll 1$ が成り立っているとすると)、赤方偏移を考慮しない場合は

$$l = r\Delta\theta \quad (2.20)$$

が成り立ち、天体の大きさ l が分かっているならば、 $\Delta\theta$ の観測により距離 r が求められる。しかし、これも膨張宇宙においては、以下のように変更される。

天体のサイズ l は、ロバートソン-ウォーカー計量において、 $dt = dr = d\phi = 0$ としたものであるから、線素は $ds = ar d\theta$ となり、

$$l = \int_0^{\Delta\theta} ar d\theta = ar\Delta\theta = \frac{r}{1+z}\Delta\theta \quad (2.21)$$

となる。ここで、

$$d_A \equiv \frac{r}{1+z} \quad (2.22)$$

とすると、(2.20) の r を d_A で置き換えたものになる。これを角径距離という。

また光度距離との関係は $d_A = d_L/(1+z)^2$ である。

2.1.2 フリードマン方程式と宇宙論パラメーター

ロバートソン-ウォーカー計量 (2.1) から、アインシュタインテンソルを計算すると、

$$G^0_0 = -3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{K}{a^2} \right], \quad (2.23)$$

$$G^i_0 = G^0_i = 0, \quad (2.24)$$

$$G^i_j = - \left[2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{K}{a^2} \right] \delta^i_j \quad (2.25)$$

一方で、アインシュタイン方程式は、宇宙定数 Λ を用いて、

$$G^\mu_\nu + \Lambda \delta^\mu_\nu = 8\pi G T^\mu_\nu \quad (2.26)$$

と書けるから、ここから、エネルギー運動量テンソルは

$$T^\mu_\nu = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

という形になることが分かる。 ρ はエネルギー密度に、 p は圧力に相当する。これにより、アインシュタイン方程式から、

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.28)$$

$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) = 0 \quad (2.29)$$

という関係式が得られる。(2.28) を特にフリードマン方程式と呼び (2.29) は連続の式を意味している。

次に、エネルギー密度 ρ と圧力 p の間の状態方程式を

$$p = w\rho \quad (2.30)$$

と表す。ここで、状態方程式パラメーター w は、物質成分の場合 $w = 0$ 、放射成分の場合は $w = 1/3$ 、宇宙項の場合は $w = -1$ である。 w が定数で与えられる場合、連続の式 (2.29) を積分すると、

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} \quad (2.31)$$

となる。物質成分、放射成分の場合、それぞれ ρ は a^{-3} 、 a^{-4} に比例する。宇宙項の場合は ρ は定数となる。

宇宙論パラメーター

現在時刻でのフリードマン方程式を書くと、

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_0 - K \quad (2.32)$$

となる。ここで、宇宙項 Λ は ρ の中の成分として含めて書いた。曲率ゼロ ($K = 0$) の平坦宇宙モデルにおける現在の全エネルギー密度は、これから、

$$\rho_{c0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (2.33)$$

で与えられる。このエネルギー密度を臨界エネルギー密度と呼ぶ。宇宙の構成要素の各成分のエネルギー密度を臨界エネルギー密度で規格化した無次元量を密度パラメーターと呼ぶ。成分 i の密度パラメーターは

$$\Omega_{i0} = \frac{\rho_{i0}}{\rho_{c0}} = \frac{8\pi G\rho_{i0}}{3H_0^2} \quad (2.34)$$

で与えられる。したがって、全エネルギー密度に対する密度パラメーター Ω_0 は

$$\Omega_0 = \Omega_{m0} + \Omega_{r0} + \Omega_{\Lambda 0} \quad (2.35)$$

である。ただし、 Ω_{m0} 、 Ω_{r0} 、 $\Omega_{\Lambda 0}$ はそれぞれ、物質成分、放射成分、宇宙項の宇宙論パラメーターである。

宇宙定数と同様に曲率を無次元化したものを曲率パラメーターと呼び、

$$\Omega_{K0} = -\frac{K}{H_0^2} \quad (2.36)$$

と定義する。そうすると、現在時刻でのフリードマン方程式は

$$\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{K0} = 1 \quad (2.37)$$

と表される。物質成分と宇宙項が優勢となる現在の宇宙では放射成分を無視できることに注意する。上の議論を任意の時刻での量で定義すると、それらの定義は次のようになる：

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad \Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}, \quad \Omega_K = -\frac{K}{a^2 H^2} \quad (2.38)$$

フリードマン方程式は

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (2.39)$$

となる。ここで定義から、

$$\Omega_i = \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 \frac{\rho_i \Omega_{i0}}{\rho_{i0}} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 \Omega_{i0} (1+z)^{3(1+w)} \quad (2.40)$$

$$\Omega_K = \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 \frac{\Omega_{K0}}{a^2} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^2 \Omega_{K0} (1+z)^2 \quad (2.41)$$

が成り立ち、(2.39) から、

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\Omega_{\Lambda 0} + (1 - \Omega_0)(1+z)^2 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4} \quad (2.42)$$

が得られる。

2.2 密度揺らぎの成長

2.2.1 揺らぎの発展方程式

宇宙には銀河や銀河団など様々な構造があるが、これは初期の微小な密度揺らぎが重力の働きによって成長し形成されたものであると考えられている。ここでは揺らぎの進化の過程を考察する。

相対論的な放射成分は圧力が強いいため十分な構想形成を進められないので構造形成には非相対論的物質が主に寄与する。従って膨張宇宙を背景時空を考え、その中で非相対論的物質の空間的揺らぎを考える。今、考えている系のスケールより粒子の平均自由行程が非常に小さければ流体の描像が成り立つため、これを宇宙にある物質に適用し、完全流体とみなすと、この流体に対する基礎方程式は、連続の式とオイラーの式であり、膨張しない平坦な空間においては以下のように書ける：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \phi \quad (2.44)$$

ここで、 $\rho(\mathbf{r}, t)$ 、 $p(\mathbf{r}, t)$ 、 $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ はそれぞれ密度場、圧力場、速度場であり、非相対論的物質であるから $p \ll \rho$ が成り立つ。また、 $\nabla = \partial/\partial \mathbf{r}$ である。次に、これを膨張時空の座標である共動座標 $\mathbf{x} = \mathbf{r}/a$ によって書き換える。 \mathbf{v} を静止座標系での速度場、 \mathbf{v}_x を共動座標に乗った観測者がみる速度場とすると ($\mathbf{v} \equiv \dot{\mathbf{r}}$ 、 $\mathbf{v}_x \equiv a\dot{\mathbf{x}}$)、上の2式において、

$$\mathbf{v} = \dot{a}\mathbf{x} + \mathbf{v}_x \quad (2.45)$$

を代入すればよい（以下では \mathbf{v}_x を改めて \mathbf{v} とおく）。また偏微分は

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\mathbf{r}} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} - \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{x} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}, \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.46)$$

と変換されるから、これにより連続の式とオイラーの式を書き換えると、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho + \frac{1}{a}\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla \Phi - \frac{1}{a\rho}\nabla p \quad (2.48)$$

となる（ここでの ∇ は $\partial/\partial \mathbf{x}$ を表す）。また、共動座標での重力ポテンシャルを

$$\Phi = \phi + \frac{1}{2}a\ddot{a}|\mathbf{x}|^2 \quad (2.49)$$

で定義した。上の式を解くには重力ポテンシャルを与える必要があり、今、宇宙のエネルギー成分は非相対論的物質である場合を考えると、このときの重力ポテンシャルは静止座標におけるポアソン方程式

$$\Delta \phi = 4\pi G\rho \quad (2.50)$$

で与えられる。この ρ は宇宙全体の全てのエネルギーが寄与している。また (2.29) から、スケール因子の2階微分は宇宙の平均質量密度を $\bar{\rho}$ とすれば

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\bar{\rho} \quad (2.51)$$

で与えられる。これより、共動座標系でのポアソン方程式は

$$\Delta\Phi = 4\pi G a^2(\rho - \bar{\rho}) \quad (2.52)$$

となる。ここで、(2.47) の空間平均をとると、

$$\frac{d}{dt}(a^3\bar{\rho}) = 0 \quad (2.53)$$

となる。ここで、密度揺らぎ $\delta(\mathbf{x}, t)$ と圧力揺らぎ $\delta p(\mathbf{x}, t)$ を

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} \quad (2.54)$$

$$\delta p(\mathbf{x}, t) = p(\mathbf{x}, t) - \bar{p}(t) \quad (2.55)$$

と定義すると、共動座標系での連続の式とオイラーの式は

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\nabla \cdot [(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla\Phi - \frac{\nabla(\delta p)}{a\bar{\rho}(1 + \delta)} \quad (2.57)$$

とかける。ポアソン方程式は

$$\Delta\Phi = 4\pi G a^2\bar{\rho}\delta \quad (2.58)$$

とかける。これにさらに外場として相対論的成分が重力ポテンシャルに寄与するときはこのポアソン方程式は

$$\Delta\Phi = 4\pi G a^2(\bar{\rho}\delta + 3\delta p) \quad (2.59)$$

と変更される。

2.2.2 線形近似による揺らぎの成長

ここで、揺らぎの量に対する1次の項だけを考慮して、高次の項を落とす線形近似を行う。(2.56) に $\partial/\partial t + 2\dot{a}/a$ を作用させた式と、(2.57) に $-a^{-1}\nabla \cdot$ を作用させた式を足して非線形項を落とすと、

$$\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\partial\delta}{\partial t} - \frac{\Delta(\delta p)}{a^2\bar{\rho}} = 4\pi G\bar{\rho}\delta \quad (2.60)$$

となる。ここで、 δp を流体の単位質量あたりのエントロピー S を用いて書き換えてみる。 $p = p(\rho, S)$ で状態方程式が与えられるとすると、

$$\delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S \bar{\rho} \delta + \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_\rho \delta S = c_s^2 \bar{\rho} \delta + \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_\rho \delta S \quad (2.61)$$

となる (c_s は音速、 $\delta \rho = \rho - \bar{\rho} = \bar{\rho} \delta$ 、 $\delta S = S - \bar{S}$)。これより、

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \bar{\rho} \delta + \frac{c_s^2}{a^2} \Delta \delta + \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_\rho \frac{\Delta(\delta S)}{a^2 \bar{\rho}} \quad (2.62)$$

となる。ここでは、簡単のため、エントロピー揺らぎ (δS) が無視できる場合を考える。 $\delta(\mathbf{x}, t)$ をフーリエ変換すると、

$$\tilde{\delta}(\mathbf{k}, t) = \int d^3 \mathbf{x} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \delta(\mathbf{x}, t), \quad \delta(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \tilde{\delta}(\mathbf{k}, t) \quad (2.63)$$

となるから、 $\tilde{\delta}(\mathbf{k}, t)$ に対する方程式は

$$\frac{\partial^2 \tilde{\delta}}{\partial t^2} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial t} - \left(4\pi G \bar{\rho} - \frac{c_s^2 k^2}{a^2} \right) \tilde{\delta} = 0 \quad (2.64)$$

である。ここで、宇宙膨張を無視すると、上の式は

$$\frac{d^2 \tilde{\delta}}{dt^2} = -\omega^2 \tilde{\delta}, \quad \omega^2 = \frac{c_s^2 k^2}{a^2} - 4\pi G \bar{\rho} \quad (2.65)$$

となる。ここで、 $\omega = 0$ となる k を k_J とし、ジーンズ長さ λ_J を定義すると、

$$\lambda_J \equiv \frac{2\pi a}{k_J} = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G \bar{\rho}}} \quad (2.66)$$

となり、

- $\lambda < \lambda_J$ のとき、 $\omega^2 > 0$ 、 $\tilde{\delta} = e^{\pm i\omega t}$
- $\lambda > \lambda_J$ のとき、 $\omega^2 < 0$ 、 $\tilde{\delta} = e^{\pm \lambda t}$ ($\lambda \equiv -\omega^2$)

という形になる。 $\lambda < \lambda_J$ では宇宙膨張を考慮すれば、これは減衰振動解に対応しており、ジーンズ長さより短いスケールの密度揺らぎは成長できず、それより長いスケールの揺らぎのみが成長できることが分かる。 $\lambda > \lambda_J$ の解のうち、増大する解は重力不安定性による揺らぎの成長を表している。

次に、ジーンズ長さより大きなスケールの揺らぎに注目し、線形成長の解を求める。ジーンズ長さより十分大きなスケールでは、 $k \sim 0$ としてよいから、 $\tilde{\delta}$ に対する方程式は

$$\ddot{\delta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta} - 4\pi G \bar{\rho} \delta = 0 \quad (2.67)$$

となる。この式は k に依存しないから、 $\tilde{\delta}$ のチルダを外し δ に置き換えた。ここで $y = a\delta$ と置き、上の式を y と a で表すと、

$$\ddot{y} - \left(\frac{\ddot{a}}{a} + 4\pi G \bar{\rho} \right) y = 0 \quad (2.68)$$

となる。一方で、非相対論的物質と宇宙項が含まれる場合のアインシュタイン方程式は

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\bar{\rho} + \frac{\Lambda}{3}, \quad \dot{\bar{\rho}} = -3\frac{\dot{a}}{a}\bar{\rho} \quad (2.69)$$

となる。(2.69)の第1式を微分して第2式を用いると、

$$\ddot{a} - \frac{\ddot{a}\dot{a}}{a} - 4\pi G\dot{a}\bar{\rho} = 0 \quad (2.70)$$

が得られる。つまり、 $y = \dot{a}$ は(2.68)の特解になっている。 $y = \dot{a}w$ とおくと、(2.68)は

$$\dot{a}\ddot{w} + 2\dot{a}\dot{w} = 0 \quad (2.71)$$

となり、 $\dot{w} \propto \dot{a}^{-2}$ となる。したがって、

$$w \propto \int \frac{dt}{\dot{a}^2} = \int \frac{da}{\dot{a}^3} \quad (2.72)$$

となる。これから、 δ の2つの解は

$$D_+ \propto H \int_0^a \frac{da}{a^3 H^3} \quad (2.73)$$

$$D_- \propto H \quad (2.74)$$

である。 D_- が減衰モードであり、 D_+ が成長モードである。特に D_+ は線形成長因子と呼ばれている。 D_+ は以下のように変形できる：

$$D_+ = \frac{5}{2}a\Omega_m \int_0^1 \frac{dx}{(\Omega_m/x + \Omega_\Lambda x^2 + 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda)^{3/2}} \quad (2.75)$$

このように、線形成長因子を用いて、 $\delta(\mathbf{x}, t)$ は

$$\delta(\mathbf{x}, t) = D(t)\delta(\mathbf{x}, t_0) \quad (D(t) = D_+(t)/D_+(t_0)) \quad (2.76)$$

と表される。

2.3 構造形成と非一様宇宙の観測量

2.3.1 球対称非線形モデル

2.2節では線形近似によるゆらぎの成長を議論してきたが、現在の宇宙において、銀河団や銀河など $10 h^{-1} \text{Mpc}$ 程度よりも小さいスケールの揺らぎでは非線形性が大きくなる。近似的に非線形構造形成を調べるための簡単なモデルとして、球対称崩壊モデルがある。以下では、簡単のためアインシュタイン-ド・ジッター宇宙 (EdS モデル) の場合 ($\Omega_{K0} = \Omega_{\Lambda 0} = 0$) を考える。

ある点を中心として半径 R の球殻内に存在する物質を考える。球殻内の質量 M は一定であるから、半径 R はニュートンの運動方程式

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} \quad (2.77)$$

に従う。これを1回積分すると、

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} + 2E \quad (2.78)$$

となる。ここで、 E は単位質量あたりの全エネルギーである。 $E < 0$ が束縛解、 $E > 0$ が非束縛解に対応する。この式をもう一度積分すると、

$$\begin{cases} R = (GM)^{1/3} A^2 (1 - \cos \theta) \\ t = A^3 (\theta - \sin \theta) \end{cases} \quad (E < 0) \quad (2.79)$$

$$\begin{cases} R = (GM)^{1/3} A^2 (\cosh \theta - 1) \\ t = A^3 (\sinh \theta - \theta) \end{cases} \quad (E > 0) \quad (2.80)$$

となる (A は積分定数)。宇宙の平均質量密度 $\bar{\rho}$ は EdS モデルのフリードマン方程式を解くことで、

$$\bar{\rho} = \frac{1}{6\pi G t^2} \quad (2.81)$$

となり、また球殻内の質量密度 ρ は、

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3} \quad (2.82)$$

であるから、球殻内の密度揺らぎ $\delta = \rho/\bar{\rho} - 1$ は、

$$\delta(t) = \frac{9GMt^2}{2R^3} - 1 = \begin{cases} \frac{9}{2} \frac{(\theta - \sin \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^3} - 1 & (E < 0) \\ \frac{9}{2} \frac{(\sinh \theta - \theta)^2}{(\cosh \theta - 1)^3} - 1 & (E > 0) \end{cases} \quad (2.83)$$

となる。

構造形成には束縛解 ($E < 0$) が重要である。束縛解では球の運動が膨張から収縮に転じ

て崩壊する。この膨張から収縮に転換するとき、半径 R は最大となる。これは、 $\theta = \pi$ に対応し、そのときの時刻と半径は

$$t_{\text{turn}} = \pi A^3, \quad R_{\text{turn}} = 2(GM)^{1/3} A^2 \quad (2.84)$$

であり、このときの揺らぎの値は

$$\delta(t_{\text{turn}}) = \frac{9\pi^2}{16} - 1 \simeq 4.55 \quad (2.85)$$

となる。次に、 $R = 0$ へ崩壊する点は $\theta = 2\pi$ に対応し、その時刻は

$$t_{\text{coll}} = 2t_{\text{turn}} = 2\pi A^3 \quad (2.86)$$

となる。

この球対称モデルにおいても、揺らぎが小さいときには線形理論は成り立つ。しかし、揺らぎが成長してくると線形理論が成り立たなくなってくる。崩壊点での線形揺らぎの外挿値を求めたい。そこで、(2.79) の密度揺らぎと時刻を θ で展開すると、

$$\delta = \frac{3}{20}\theta^2 + O(\theta^4), \quad t = \frac{A^3}{6}\theta^3 + O(\theta^5) \quad (2.87)$$

である。これより、揺らぎの値は

$$\delta(t) = \frac{3(6t)^{2/3}}{20A^2} \quad (2.88)$$

と表せる。この線形揺らぎに転回点の時刻 t_{turn} と崩壊点の時刻 t_{coll} を入れると、

$$\delta(t_{\text{turn}}) = \frac{3(6\pi)^{2/3}}{20} \simeq 1.06, \quad \delta(t_{\text{coll}}) = \frac{3(12\pi)^{2/3}}{20} \simeq 1.69 \quad (2.89)$$

となる。したがって、線形揺らぎの外挿値が 1.69 になると、球殻は崩壊して密度が無限大になる。

2.3.2 球対称モデルでのビリアル平衡

上述のように球対称モデルでは崩壊で密度が無限大になるが、実際には密度が大きくなると球内の構成粒子の速度分散が無視できなくなり、球は球内からの圧力と重力がつり合う状態になり、それ以上収縮しなくなる (ビリアル平衡)。この平衡状態に達したときの密度揺らぎの値を求めたい。

球対称モデルと同様、半径 R の一様密度の球を考える。この球の全質量を M とすると、球の質量密度は $\rho = 3M/(4\pi R^3)$ である。球内にとった半径 r よりも内側の質量は $4\pi r^3 \rho/3 = Mr^3/R^3$ であり、その場所で厚さ dr を持つ球殻の質量は $4\pi r^2 dr = 3Mr^2 dr/R^3$ であるから、この球の持つポテンシャルエネルギーは

$$U = - \int_0^R \frac{G}{r} \frac{Mr^3}{R^3} \frac{3Mr^2 dr}{R^3} = - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (2.90)$$

となる。ここで、平衡状態にある重力的に束縛された系では、全エネルギーの時間平均はポテンシャルエネルギーの時間平均の半分になることが示される (ビリアル定理)。すなわち

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \langle U \rangle = -\langle K \rangle \quad (2.91)$$

である ($E =$ 全エネルギー、 $U =$ ポテンシャルエネルギー、 $K =$ 運動エネルギー)。これを使うと、この系での K と E は

$$K = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}, \quad E = -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R} \quad (2.92)$$

となる。

球対称モデルでは転回点で半径が最大値 R_{turn} をとり、そのとき運動エネルギーがゼロになるから、系の全エネルギーは転回点でのポテンシャルエネルギーに等しい。したがって、

$$E = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R_{\text{turn}}} \quad (2.93)$$

である。このち球は収縮し、ビリアル平衡に達する。このときの半径を R_{vir} とすると、そのポテンシャルエネルギーは

$$U_{\text{vir}} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R_{\text{vir}}} \quad (2.94)$$

となり、ビリアル定理から、

$$R_{\text{vir}} = \frac{1}{2} R_{\text{turn}} \quad (2.95)$$

が得られる。ビリアル平衡に達するまでにかかる時間は自由落下時間程度であるから、球対称モデルにおける崩壊時間 t_{coll} で、平衡に達するものと考えて良い。このときの宇宙の平均質量密度は $\bar{\rho} = (6\pi G t_{\text{coll}})^{-1}$ であり、天体の質量密度は

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R_{\text{vir}}^3} \quad (2.96)$$

であるから、ビリアル平衡に達したときの揺らぎは

$$\Delta_{\text{vir}} \equiv \frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{3M}{4\pi R_{\text{vir}} \bar{\rho}} = 18\pi^2 \simeq 178 \quad (2.97)$$

と見積もられる。

2.3.3 プレス-シェヒター理論

宇宙の進化において、天体がどれくらい形成されるかを調べることは重要である。以下では形成される天体の数密度 (質量関数) を見積もる方法を議論する。これはプレス-シェヒター理論と呼ばれている。

まず密度揺らぎについて、初期揺らぎはほぼガウス分布を持つと考えられている。したがって、空間の各点における揺らぎの値 $\delta(\mathbf{x})$ がガウス分布に従い、任意の点において揺らぎの値が δ から $\delta + d\delta$ にある確率は

$$P(\delta)d\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) d\delta \quad (2.98)$$

で与えられる。ただし、 σ^2 は揺らぎの分散である。

時刻 t における線形密度揺らぎを $\delta(\mathbf{x}, t) = D(t)\delta(\mathbf{x}, t_0)$ とする。ここで、半径 R の球を考えると、この球に含まれる質量は

$$M = \frac{4\pi\bar{\rho}R^3}{3} \quad (2.99)$$

である。 $\bar{\rho}$ は平均質量密度である。次に線形密度揺らぎを半径 R で平均した量を $\delta_M(\mathbf{x}, t)$ とすると、

$$\delta_M(\mathbf{x}, t) = \frac{3}{4\pi R} \int_{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|<R} d^3\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}', t) \quad (2.100)$$

となる。この平均化された揺らぎは、ガウス分布 $\delta(\mathbf{x}, t)$ の重ね合わせであるから、 δ_M もガウス分布に従う。したがって、確率分布は

$$P(\delta_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(M)}} \exp\left(-\frac{\delta_M^2}{2\sigma^2(M)}\right) \quad (2.101)$$

で与えられる。この δ_M が非線形領域に入らなければ質量 M の天体は作られないと考えられる。

プレス-シェヒター理論では、ある質量素片を考え、その質量素片が質量 M 以上の天体の一部として取り込まれる条件として、質量 M の球の揺らぎ δ_M がある臨界値 δ_c を超えていることを要請する。 δ_c としては、球対称モデルでの崩壊点での揺らぎの値 $\delta_c = 1.69$ が用いられる。したがって、質量が M 以上の天体に質量素片が取り込まれる確率は

$$P_{>\delta_c}(M) = \int_{\delta_c}^{\infty} P(\delta_M)d\delta_M = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_c/\sigma(M)}^{\infty} \exp(-x^2/2) dx \quad (2.102)$$

である。したがって、 $M \sim M + dM$ の質量を持つ天体に取り込まれる割合は

$$P_{>\delta_c}(M) - P_{>\delta_c}(M + dM) \quad (2.103)$$

となる。したがって、これに平均密度 $\bar{\rho}$ をかけたものは質量が $M \sim M + dM$ の天体の単位共動体積中における全質量に対応する。このような天体の数密度を $n(M)dM$ とすれば、

$$n(M)dM = \bar{\rho}|P_{>\delta_c}(M) - P_{>\delta_c}(M + dM)| \quad (2.104)$$

と書ける。

しかし、上の議論では、(2.102)を見ても分かるように、この割合は1/2を超えることがない。すなわち、初期揺らぎが負の領域(平均密度よりも低い領域)にある質量が天体に取り込まれることがない。これでは、宇宙に存在する質量の半分が天体形成に寄与しないことになり、現実の構造形成を表しているとは言えない。プレス-シェヒター理論では、この問題を上記で見積もられる天体の量を単純に2倍することで回避している。また上記の考察では、一度形成された天体がそれより大きな天体へ再び取り込まれる過程も無視されており、これはクラウド・イン・クラウド問題と呼ばれており、上述の割合が1/2を超えない問題と独立でないことが知られている。したがって、

$$n(M)MdM = 2\bar{\rho}|P_{>\delta_c}(M) - P_{>\delta_c}(M + dM)| = 2\bar{\rho} \left| \frac{dP_{>\delta_c}}{d\sigma(M)} \right| \left| \frac{d\sigma(M)}{dM} \right| dM \quad (2.105)$$

という関係式が得られる。これに(2.102)を入れると、

$$n(M) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M^2} \left| \frac{d \ln \sigma(M)}{d \ln M} \right| \frac{\delta_c}{\sigma(M)} \exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2(M)}\right) \quad (2.106)$$

という質量関数(mass function)が得られる。

揺らぎの分散 $\sigma(M)$ (2.3.4節参照)がべきの形で書ける場合

$$\sigma(M) = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{-\alpha} \quad (2.107)$$

を考えると、質量関数の形は

$$n(M) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\bar{\rho}\alpha}{M_*^2} \left(\frac{M}{M_*}\right)^{\alpha-2} \exp\left[-\left(\frac{M}{M_*}\right)^{2\alpha}\right] \quad (2.108)$$

となる。ここで、

$$M_* = \left(\frac{2}{\delta_c^2}\right)^{1/2\alpha} M_0 \quad (2.109)$$

である。質量が M_* より大きな天体の数は急激に減っていることが分かる。 Λ CDMモデルにおいて、 α の値は ~ 0.3 である。

次に、今の標準宇宙論モデルの場合の質量関数を考える。質量関数を $\nu \equiv \delta_c(z)/D(z)\sigma(M)$ を使って以下のように書き換える：

$$n(M, z)dM = \frac{\rho_{m0}}{M} f(\nu)d\nu \quad (2.110)$$

ここで、 ρ_{m0} は現在の物質の平均密度であり、 δ_c は球対称モデルでの崩壊点での揺らぎの値を標準宇宙論モデルの場合に書き換えたものである(Weinberg & Kamionkowski 2003)：

$$\delta_c(z) = \frac{3}{20}(12\pi)^{2/3}[1 + 0.013 \log_{10} \Omega_m(z)] \quad (2.111)$$

$f(\sigma, z)$ は以下の式を使う(Bhattacharya et al. 2011)：

$$f(\sigma, z) = A \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{a\delta_c^2}{2\sigma^2}\right] \left[1 + \left(\frac{\sigma^2}{a\delta_c^2}\right)^p\right] \left(\frac{\delta_c\sqrt{a}}{\sigma}\right)^q \quad (2.112)$$

ここで、

$$A = \frac{0.333}{(1+z)^{0.11}}, \quad a = \frac{0.788}{(1+z)^{0.01}}, \quad p = \frac{0.807}{1+z}, \quad q = \frac{1.795}{1+z} \quad (2.113)$$

これは、 N 体計算を行い Λ CDM モデルにおいて質量関数を求め、シュミレーション結果を再現するようにパラメータを決定したものである。本研究ではこの結果を用いる。

2.3.4 2点相関関数とパワースペクトル

銀河などの空間的な分布の観測結果と構造形成理論を比較するには、天体が空間的にどのように集まっているかを表す量を定義する必要がある。このために用いられる方法のひとつとして、2点相関関数やそのフーリエ変換に対応するパワースペクトルなどが挙げられる。

2点相関関数は以下で定義される：

$$\xi(x_{12}) = \langle \delta(\mathbf{x}_1)\delta(\mathbf{x}_2) \rangle \quad (2.114)$$

これは、空間のある2点 \mathbf{x}_1 、 \mathbf{x}_2 における密度揺らぎの積を考え、それを2点間の距離 $x_{12} = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ を固定して平均したものである。密度場 $\rho(\mathbf{x})$ を使うと、相関関数は

$$\langle \rho(\mathbf{x}_1)\rho(\mathbf{x}_2) \rangle = \bar{\rho}^2(1 + \xi(x_{12})) \quad (2.115)$$

と書ける。また、密度揺らぎ $\delta(\mathbf{x})$ の空間積分はゼロであるから、(2.114) の \mathbf{x}_2 を \mathbf{x}_1 のまわりに空間積分すると、

$$\int_0^\infty dx x^2 \xi(x) = 0 \quad (2.116)$$

となる。すなわち、 $\xi(x)$ はいたるところで同じ符号をとることはできないことが分かる。重力不安定性によって物質が集まると、近傍では相関が正になるが、どこかにゼロの点があり、遠方では負の領域がある。

相関関数をフーリエ変換したものをパワースペクトルという。フーリエ空間における2点の密度の積を考えると、

$$\langle \tilde{\delta}(\mathbf{k})\tilde{\delta}(\mathbf{k}') \rangle = \int d^3\mathbf{x}_1 d^3\mathbf{x}_2 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}_1 - i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{x}_2} \xi(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|) \quad (2.117)$$

となる。ここで、 \mathbf{x}_2 を固定し、 \mathbf{x}_1 で先に積分をすると、

$$\langle \tilde{\delta}(\mathbf{k})\tilde{\delta}(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \xi(|\mathbf{x}|) \quad (2.118)$$

となる。ただし、 $\delta^3(\mathbf{k}) = \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} / (2\pi)^3$ はデルタ関数である。また

$$\int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \xi(|\mathbf{x}|) = 4\pi \int_0^\infty x^2 dx \frac{\sin(kx)}{kx} \xi(x) \quad (2.119)$$

と書けるから、これを $P(k)$ としパワースペクトルと言う。すなわち、

$$\langle \tilde{\delta}(\mathbf{k})\tilde{\delta}(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P(k) \quad (2.120)$$

によりパワースペクトルは定義される。パワースペクトルと実空間の相関関数の関係式を挙げておく。

$$P(k) = \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \xi(|\mathbf{x}|) = 4\pi \int_0^\infty x^2 dx \frac{\sin(kx)}{kx} \xi(x) \quad (2.121)$$

$$\xi(x) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} P(|\mathbf{k}|) = \int \frac{k^2 dk \sin(kx)}{2\pi^2 kx} P(k) \quad (2.122)$$

次に、密度揺らぎの分散 σ^2 を求めておく。ある点を中心とした半径 R の球内に含まれる質量を考える。そのような球の質量で、宇宙全体の平均をとったものを M とし、ある点におけるこの平均値からのずれを δM とすると、

$$M = \frac{4\pi R^3}{3} \bar{\rho}, \quad \delta M = \int_{|\mathbf{x}|<R} d^3x \bar{\rho} \delta(\mathbf{x}) \quad (2.123)$$

である。したがって、質量揺らぎ $\delta M/M$ は

$$\frac{\delta M}{M} = \frac{3}{4\pi R^3} \int_{|\mathbf{x}|<R} d^3x \delta(\mathbf{x}) = \int d^3x W_R(|\mathbf{x}|) \delta(\mathbf{x}) \quad (2.124)$$

と表される。ここで

$$W_R(\mathbf{x}) = \frac{3}{4\pi R^3} \Theta(R - |\mathbf{x}|) \quad (2.125)$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (2.126)$$

である。 W_R はウィンドウ関数と呼ばれている。質量ゆらぎの分散は、

$$\sigma^2(R) \equiv \left\langle \left(\frac{\delta M}{M} \right)^2 \right\rangle = \int \frac{k^2 dk}{2\pi^2} W^2(kR) P(k) \quad (2.127)$$

となる。ただし $W(kR)$ は W_R のフーリエ変換

$$W(kR) = \int d^3x e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} W_R(|\mathbf{x}|) = 4\pi \int x^2 dx \frac{\sin(kx)}{kx} W_R(x) = \frac{3}{(kR)^3} (\sin(kR) - kR \cos(kR)) \quad (2.128)$$

である。また $\sigma^2(M)$ において、

$$\sigma^2(M) = \int d \ln k \frac{k^3}{2\pi^2} P(k) W^2(kR) \quad (2.129)$$

と k の対数の積分で書いた場合のパワースペクトルの質量揺らぎへの寄与を

$$\Delta^2(k) \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} P(k) \quad (2.130)$$

と書く。これは無次元量であり、 $P(k)$ を用いる代わりに $\Delta^2(k)$ を用いる場合がある。これまでの議論は線形、非線形両方にあてはまる一般的なものであったが、特に線形パワースペクトルの結果について、本研究では Eisenstein & Hu (1998) の結果を使う。これは、CDM 宇宙モデルにバリオン音響振動の効果も入れたものから、遷移関数を様々な近似を用いて解析的に計算しパワースペクトルを求めたものであり、後述の 2 halo term の HOD の計算や、質量関数の計算に使うため用いる。

2.3.5 角度相関関数

天球面上における2次元銀河分布を調べる撮像サーベイでは、観測される銀河の数密度は3次元的な数密度分布を視線方向へ積分したものとなる。ここでは、このような2次元の分布での2点間の相関を調べるための角度相関関数について考察する。

いま、観測される銀河の3次元的な数密度を $n_g(x, \theta, \phi)$ とし、それを天球面上の点 (θ, ϕ) に射影した2次元の数密度を $n_{2D}(\theta, \phi)$ とする。 (x, θ, ϕ) は観測者を中心とした極座標である。 n_g を視線方向について積分したものが n_{2D} であるから、

$$n_{2D}(\theta, \phi) = \int_0^\infty dx x^2 n_g(x, \theta, \phi) \quad (2.131)$$

である。また n_g 、 n_{2D} の平均をそれぞれ \bar{n}_g 、 \bar{n}_{2D} とすると、

$$\bar{n}_{2D} = \int_0^\infty dx x^2 \bar{n}_g(x) \quad (2.132)$$

となる。2次元および3次元での数密度の揺らぎを

$$\delta_{2D}(\theta, \phi) = \frac{n_{2D}(\theta, \phi) - \bar{n}_{2D}}{\bar{n}_{2D}} \quad (2.133)$$

$$\delta_g(x, \theta, \phi) = \frac{n_g(x, \theta, \phi) - \bar{n}_g(x)}{\bar{n}_g(x)} \quad (2.134)$$

とすると、

$$\delta_{2D}(\theta, \phi) = \int_0^\infty dx f(x) \delta_g(x, \theta, \phi) \quad (2.135)$$

ただし、

$$f(x) = \frac{x^2 \bar{n}_g(x)}{\int_0^\infty dx x^2 \bar{n}_g(x)} \quad (2.136)$$

とおいた。この2次元揺らぎから相関関数を作ると、

$$\begin{aligned} w(\theta_{12}) &= \langle \delta_{2D}(\theta_1, \phi_1) \delta_{2D}(\theta_2, \phi_2) \rangle \\ &= \int dx_1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \langle \delta_g(x_1, \theta_1, \phi_1) \delta_g(x_2, \theta_2, \phi_2) \rangle \end{aligned} \quad (2.137)$$

となる。ここで、 θ_{12} は (θ_1, ϕ_1) 、 (θ_2, ϕ_2) 間の角度である。角度相関関数では、3次元の相関関数 ξ_{12} で角度を固定して積分するから、2点間のいろいろな距離の ξ_{12} の値を足し合わせたものになっている。上式において角度 θ_{12} が十分に小さく、かつ3次元相関関数が小さいスケールで十分大きくなる場合を考える。ここで、2点 (x_1, θ_1, ϕ_1) 、 (x_2, θ_2, ϕ_2) の視線方向の距離の平均を x 、距離の差を u とすると、

$$x \equiv \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad u \equiv x_1 - x_2 \quad (2.138)$$

である。これより、2点間の共動距離 x_{12} は

$$x_{12} \simeq \sqrt{x^2\theta_{12}^2 + u^2} \quad (2.139)$$

と近似できる。ここで、(2.137)の積分変数を (x_1, x_2) から (x, u) へ変換し、 $f(x_1)f(x_2) \simeq f(x)^2$ と近似すれば、 $\langle \delta_g(x_1, \theta_1, \phi_1)\delta_g(x_2, \theta_2, \phi_2) \rangle = \xi(x_{12})$ であるから、

$$w(\theta) = 2 \int_0^\infty dx f(x)^2 \int_0^\infty du \xi \left(x_{12} = \sqrt{x^2\theta^2 + u^2} \right) \quad (2.140)$$

と表される。この近似式はリンバーの式と呼ばれている (Limber 1954)。ただし今後の議論のために $f(x)$ を z を用いて書き直しておく。 $n(z)$ をある局所的な赤方偏移 z における銀河の数を単位 z 当りの量にしたものとする、 $4\pi x^2 \bar{n}_g(x) dx = n(z) dz$ が成り立つ。したがって、(2.136) から

$$f(x) = \frac{n(z)}{\int n(z) dz} \frac{dz}{dx(z)} \quad (2.141)$$

と表せる。 $n(z)$ の表式は以下のように書ける：

$$n(z) = \int n(M, z) dM \times \frac{dV}{dz} \quad (2.142)$$

ただし $n(M, z)$ はハローの質量関数、 dV は体積要素であり、

$$\frac{dV}{dz} = x(z)^2 \frac{dx}{dz} = \frac{x^2}{H} \quad (2.143)$$

である。 $n(z)$ は本来であれば、この表式にさらに、ハローの中にある銀河の個数 N_g をかけて、 $\int N_g n(M, z) dM \times dV/dz$ としなければならないが、本研究で考える議論は、ハロー質量 M の取りうる範囲内では N_g を一定と仮定するという近似を用いるため (5.2節参照)、 $f(z)$ の計算において、 $n(z)$ は規格化されるため、はじめから N_g は考慮しない。

2.3.6 バイアス

銀河サーベイによって得られた銀河の分布において、観測される銀河分布は、宇宙に存在する物質の分布をある程度反映していると考えられるものの、完全に等価というわけではない。宇宙の質量の大半はダークマターで占められているため、普通、物質の分布は銀河の分布から推定されるが、それらの分布が電磁波で観測される銀河の分布と一致する保証はない。たとえば、楕円銀河が見つからない場所にもダークマターは存在し、逆に、楕円銀河が集中しているほどにはダークマターは集中していないことが分かっている。このように、銀河分布とダークマター分布には、銀河の形態や明るさなどに依存した複雑な関係がある。この両者の関係を「バイアス」と言う。銀河の数密度揺らぎを δ_g 、質量密度揺らぎを δ_m とすると、線形領域においては両者は

$$\delta_g = b\delta_m \quad (2.144)$$

という関係性があると考えられる。 b はバイアスパラメーターと呼ばれる。また銀河と密度揺らぎの相関関数を $\xi_g(r)$ 、 $\xi_m(r)$ とすると、 $\xi_g(r) = b^2\xi_m(r)$ が成り立つ。さらにパワースペクトルは相関関数のフーリエ変換であるから、これについても $P_g(k) = b^2P_m(k)$ が成り立つ。

ハローバイアス

銀河に対するバイアスは前述のとおり銀河の性質に依存した複雑な関係があるが、ダークハローに対するバイアス (ハローバイアス) はよく理解されている。ここではハローバイアスの理論を概観する。

ここで、前述のプレス-シェヒター理論の拡張である excursion set formalism として知られる方法で質量関数を書いておくと (Bond et al. 1991)、 $S \equiv \sigma(M)^2$ として、

$$n(M, t)dM = \frac{\bar{\rho}}{M} f(S, \delta_c) \left| \frac{dS}{dM} \right| dM \quad (2.145)$$

ここで、

$$f(S, \delta_c)dS = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_c}{S^{3/2}} \exp \left[-\frac{\delta_c^2}{2S} \right] \quad (2.146)$$

である。 $f(S, \delta_c)$ を $n(M, t)$ の式に代入すれば、2倍の factor を導入することなくプレス-シェヒターの質量関数が得られる。

質量 M_0 を持つ球状の領域を考える。揺らぎ分散は $S_0 = \sigma(M_0)^2$ 、揺らぎは $\delta_0 \equiv \delta_c(t_0) = \delta_c/D(t_0)$ に対応している。今、 M_0 の質量の一部が t_0 より前の時間 t_1 において、 M_1 であった確率を求めたい。これには、上述の $f(S, \delta_c)$ の式に、 $S = S_1 - S_0$ 、 $\delta_c = \delta_1 - \delta_0$ を代入すればよく、その確率は

$$f(1|0)dS_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_1 - \delta_0}{(S_1 - S_0)^{3/2}} \exp \left[-\frac{(\delta_1 - \delta_0)^2}{2(S_1 - S_0)} \right] dS_1 \quad (2.147)$$

したがって、 $t = t_1$ で質量が $M_1 \sim M_1 + dM_1$ を持つハローが合体して $t = t_0$ には質量 M_0 のハローに成長する $t = t_1$ における平均のハローの数は

$$N(1|0)dM_1 = \frac{M_0}{M_1} f(1|0) \left| \frac{dS_1}{dM_1} \right| dM_1 \quad (2.148)$$

と表される。この $N(1|0)$ を、共動半径 $R_0 \equiv (3M_0/4\pi\rho_0)^{1/3}$ の領域内にある M_1 のハローの数と考え、 $M_1 \sim M_1 + dM_1$ で質量スケールを区切ったときのハロー数の揺らぎを求めると

$$\delta_h^L(1|0) = \frac{N(1|0)}{n(M_1, z_1)V_L} - 1 \quad (V_L \equiv 4\pi R_0^3/3) \quad (2.149)$$

と書ける。これは、 $M_0 \gg M_1$ 、 $\delta_0 \ll \delta_1$ のもとでは以下のように簡単にかける：

$$\delta_h^L(1|0) = \frac{\nu_1^2 - 1}{\delta_1} \delta_0 \quad (2.150)$$

ただし、 $\nu_1 \equiv \delta_1/\sqrt{S_1}$ 、 $\delta_1 \equiv \delta_c/D(t_1)$ である。これは、ラグランジュ空間での量になるため(添字 L をつけておいた)、オイラー的な量で書くと

$$\delta_h(1|0) = \frac{N(1|0)}{n(M_1, z_1)V_L} \frac{V_L}{V_E} - 1 \quad (2.151)$$

$V_L/V_E = 1 + \delta(t)$ である。 $\delta(t)$ はオイラー空間でのダークマターの揺らぎであるから、ハローの揺らぎとダークマターの揺らぎとの関係は

$$\delta_h(1|0) = \delta(t) + \frac{\nu_1^2 - 1}{\delta_1} \delta_0 + \frac{\nu_1^2 - 1}{\delta_1} \delta_0 \delta(t) \quad (2.152)$$

線形領域では $\delta(t) \approx \delta_0 D(t) \ll 1$ として、

$$\delta_h(1|0) = b_h(M_1, \delta_1, t) \delta(t) \quad (2.153)$$

ここで、

$$b_h(M_1, \delta_1, t) = 1 + \frac{1}{D(t)} \left(\frac{\nu_1^2 - 1}{\delta_1} \right) \quad (2.154)$$

であり、これがプレス-シェヒター理論の場合のハローバイアスである (Mo & White 1996)。

この球対称崩壊モデルに基づいたバイアスモデルより、さらに正確なハローバイアスモデルは Bhattacharya et al.(2011) から以下のように与えられる。

$$b_h(\nu) = 1 + \frac{a\nu - q}{\delta_c} + \frac{2p/\delta_c}{1 + (a\nu)^p} \quad (2.155)$$

a, p, q の定義は (2.113) と同様である。これは 2.3 節での Bhattacharya et al.(2011) の質量関数から求められるものである。本研究でのハローバイアスはこの表式を用いている。

第3章 Halo Occupation Distribution

3.1 ダークマターとは

ダークマターの存在は1930年代から数々の観測から指摘されてきた。その中で特に重要なもののひとつに、渦巻銀河の回転曲線が挙げられる。渦巻銀河の明るさの分布が質量の分布を表しているとする、銀河の外側の方では中心部の質量 M による引力によりその回転速度が決まるとしてよい。すなわち、半径 r での回転速度を v とすると、

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad (3.1)$$

となる。したがって、 v は $r^{-1/2}$ にほぼ比例すると考えられる。この回転をケプラー回転という。しかし、実際は回転速度が半径に対して変化しない平坦回転曲線を持つ銀河が多く、ケプラー回転の確認されているものはほとんどない。このことから、その解釈として、光を放っている円盤部分よりも大きく広がったダークマターハローと呼ばれる大きな質量が存在していると考えられるのである。銀河のまわりの天体の運動から、この形はほぼ球形をしていると考えられている。このようなダークハローの質量分布として、 N 体計算から求められた

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2} \quad (3.2)$$

という密度分布モデルが最近よく使われている (Navarro et al. 1997)。ここで、 ρ_s と r_s は典型的な密度と半径である。この分布は NFW 分布と呼ばれており、本研究でもこの分布を用いて計算を行う。ダークハローはどんな初期条件から計算を始めてもこの密度分布に落ち着くと言われている。

ダークマターは電磁波と相互作用しないため、力学的な方法でその質量が測定されている。以下、ダークマターの質量を求める方法として3つ挙げる。第1にビリアル定理による推定である。これは銀河団中をランダム運動する銀河の速度分散 v を用いる方法で、ハロー質量を M 、銀河団のサイズを r とすれば

$$M \sim \frac{rv^2}{G} \quad (3.3)$$

となり質量が推定される。第2の方法は高温のガスを使う方法である。銀河団には銀河だけではなく高温ガスも存在している。高温ガスの量は銀河の総和の5倍以上にもなるため、銀河団は単なる銀河の集団というよりはむしろ巨大なガスの塊に近い。ガスは重力で閉じ込められているため、静水圧平衡を仮定することで質量を推定できる。第3は、重力レンズを使う方法である。これは、ハローの質量によって背景にある銀河やクエーサーが重力によって曲げられる効果を使い、曲げられ方で質量が分かるというものである。

3.2 銀河分布とダークマター分布の関係

上記のようにダークマターハローについて見てきたが、ダークハローは初期宇宙の密度揺らぎから生じたと考えられている。揺らぎは宇宙膨張に逆らって成長し、小さいハローがまず最初に作られ、それが合体して大きなハローが作られていくといったように、階層的に構造が作られていき、結果として複雑なフィラメント構造が出来上がったのである。また、大質量のハローはフィラメント構造の交点に存在している (Springel et al. 2006)。そして、バリオンがダークマターハローに落ち込むことで銀河が作られていったと考えられている。しかし銀河形成の過程は複雑なためまだ完全に理解されたとは言えない。したがって、どのように銀河がダークマターハローに集まっているかを調べることで、その手がかりが得られると考えられる。

3.2.1 HOD の考え方

そこで、本研究ではダークマターハローの中にある銀河の数に着目し、ダークマターとそのハローの中で輝く天体との関係性を調べる。ここで、ハローの中にある銀河の数は HOD (Halo Occupation Distribution) と呼ばれており、ハローの質量 M とその中に含まれる銀河の数 $N(M)$ の関係性を表したものである。

HOD は銀河形成の準解析的モデル (Kauffmann et al. 1997, 1999a, 1999b; Governato et al. 1998; Jing et al. 1998; Benson et al. 2000a, 2000b; Sheth & Diaferio 2001; Somerville et al. 2001; Wechsler et al. 2001; Berlind et al. 2003) や宇宙論的な流体力学シュミレーション (White et al. 2001; Yoshikawa et al. 2001; Pearce et al. 2001; Berlind et al. 2003) を使ってこれまで研究されてきた。Berlind et al. (2003) は準解析的モデルと流体力学シュミレーションからそれぞれ得られる HOD の比較を行い、ガスの冷却過程、星形成、加熱過程 (フィードバック) などの扱いが異なる 2 つのアプローチにも関わらず、予想される HOD はほぼ一致するとしている。この結果は HOD の考え方を間接的に支持するものと言え、銀河がどのように集まるかは冷却や星形成の過程よりも主に重力による効果が大きいことが分かった。

HOD モデル (Berlind & Weinberg 2002, Kravtsov et al. 2004, Zheng et al. 2005) によって、銀河とそれを取り巻くダークマターハローの間に物理的な情報を与えることができる。HOD の考え方はどのようにダークマターが空間的に分布しているかを記述したモデルであるハローモデル (Cooray & Sheth 2002) を基にしており、この枠組みの中では、すべての物質はビリアル化されたハローの中に存在していると仮定している。ダークマターのハローモデルは、ハローの質量関数とハローの密度プロファイル、ハローバイアスの 3 つの量が必要である。ハローの質量関数は前の章でも扱ったプレスシェヒター理論を使う (Press & Schechter 1974)。密度プロファイルは NFW 分布、ハローバイアスは前述の Bhattacharya et al. (2011) による表式を使う。HOD によって、どれくらいの銀河がハローの中に存在しているかを、ハローの質量の関数で表す。

一旦 HOD が与えられると、そこから種々の観測量が計算できる。本研究では角度相関関数 $w(\theta)$ に着目し、観測データからこれを求め、それと HOD モデルとを比較することで HOD に制限をつけることを考える。詳細な計算は第 5 章で扱う。

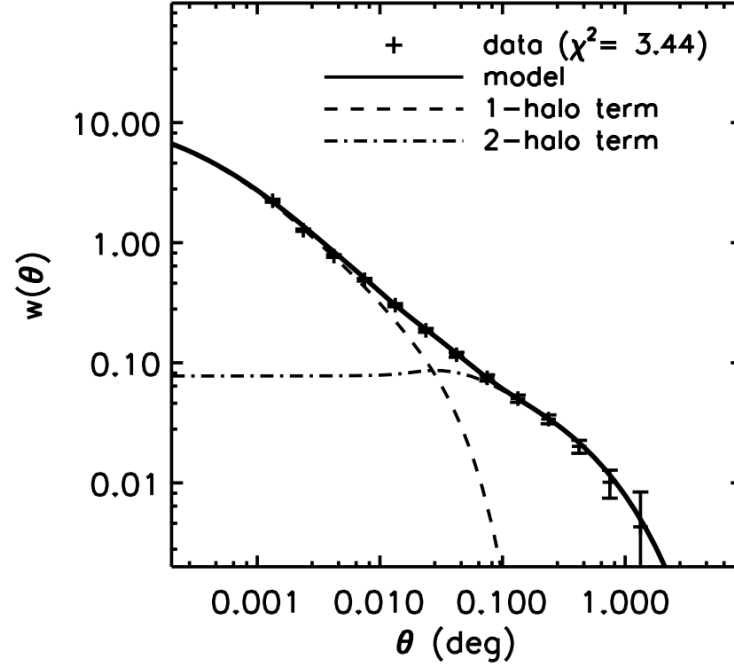


図 3.1: 銀河の角度相関関数の例 (Coupon et al. 2012)。CFHTLenS の観測から得られた $0.4 < z < 0.6$, $M_g - 5 \log h < -19.8$ の銀河から計算された $w(\theta)$ である。実線はベストフィット HOD モデルを表し、破線と一点鎖線はそれぞれ 1-halo と 2-halo の寄与を表す (図 3.2)。

3.2.2 銀河の HOD に関するこれまでの研究

一例として、ハローとその中にいる銀河の関係を調べるため、CFHTLS の観測を使って銀河の HOD を調べた研究について紹介する (Coupon et al. 2012)。これは $z \lesssim 1.2$ までの銀河を調べたもので、観測データから計算される角度相関関数は図 3.1 のようになっている。ここで、角度相関関数の計算には

$$w(\theta) = \frac{N_r(N_r - 1) \langle DD \rangle}{N_d(N_d - 1) \langle RR \rangle} - \frac{N_r - 1}{N_d} \frac{\langle DR \rangle}{\langle RR \rangle} + 1 \quad (3.4)$$

という estimator が用いられている (Landy & Szalay 1993)。 $\langle DD \rangle$ 、 $\langle RR \rangle$ 、 $\langle DR \rangle$ はそれぞれ、角度 θ を持つ、銀河のペアの数、ランダム点のペアの数、銀河とランダム点のペアの数である。 N_d と N_r はそれぞれ銀河の数とランダム天体の数である。また、ここで示されている 1 halo term は一つのハロー内におけるペアを考えたものであり、2 halo term は異なるハロー間でのペアの数を表している (図 3.2)。

一方で、角度相関関数と $N(M)$ は関連しており、 $N(M)$ のモデルを与え観測された $w(\theta)$ とのフィッティングを行うことで、 $N(M)$ の形を決めることができる。図 3.3 がこれによって得られた HOD のプロットである。ここで使われた HOD モデルは

$$N(M) = N_c(M) \times (1 + N_s(M)) \quad (3.5)$$

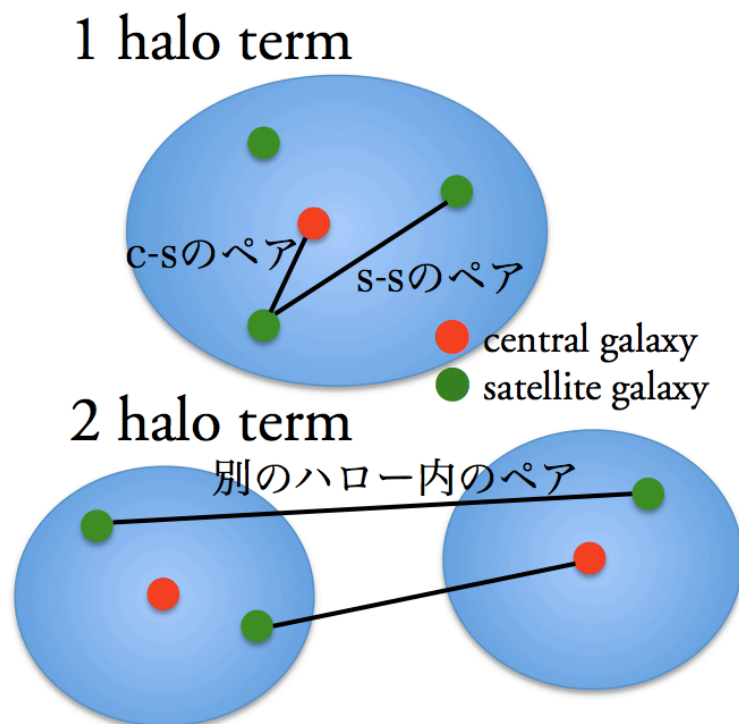


図 3.2: 1 halo term と 2 halo term の説明。青色の領域がハローを表し、赤丸がセントラル銀河、緑丸がサテライト銀河を表す。

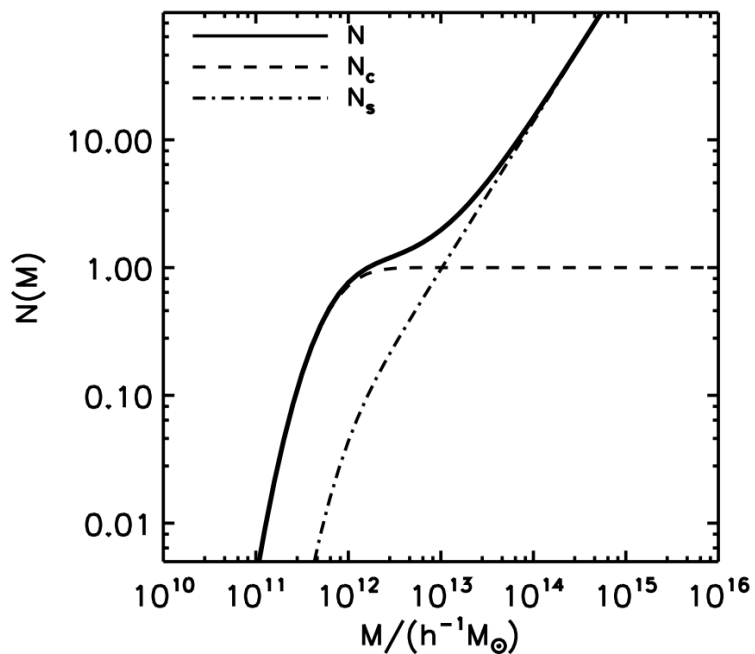


図 3.3: 銀河の HOD モデルの例 (Coupon et al. 2012)。(3.5) のモデルを用いたもので、観測から得られた $w(\theta)$ とフィッティングを行いパラメーターを決定した結果得られた HOD である。

ただし、

$$N_c = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\log M - \log M_{\min}}{\sigma_{\log M}} \right) \right] \quad (3.6)$$

$$N_s = \left(\frac{M - M_0}{M_1} \right)^\alpha \quad (3.7)$$

である (Zheng et al. 2005)。ここで、 N_c はハロー中心に存在する銀河の数 (central galaxy)、 N_s は中心のまわりに存在するサテライト銀河の数 (satellite galaxy) を表している。 M_{\min} はハローが中心銀河を持つことができる質量スケールで、 M_1 はハローがサテライト銀河を持つのに必要な質量である。 $\sigma_{\log M}$ は変化の幅を表すパラメーターで、 M_0 は truncation mass のパラメーターである。図から見ても分かるように、 N_c は $M \gtrsim 10^{12} M_\odot$ で 1 になっており、中心の銀河は 1 つであることが分かり、またサテライト銀河は M が大きいところではベキで増えていくことが分かる。

3.3 クエーサーとダークマターの分布

銀河の HOD について見てきたが、最近ではこの HOD の考え方がクエーサーにも適用されている。しかし、銀河の場合と違い、HOD のモデルは全く異なるいくつかのモデルが提唱されており、まだ決着がついていない。まずはクエーサーについて基本的なところから見てゆく。

3.3.1 クエーサーとは

クエーサーとは、非常に遠方で極めて明るく輝いているために、光学望遠鏡では内部構造が見えず、恒星のような点光源に見える天体のことである。クエーサーは 1950 年代後半に行われた電波観測で発見された。このため、クエーサーは「準恒星状電波源」(quasi-stellar radio source) と呼ばれるようになった。これを縮めて「クエーサー」(quasar) と呼ばれるようになったのである。

このような歴史的な背景を持つクエーサーであるが、現在では活動銀河核 (Active Galactic Nuclei ; AGN) の一種とされている。AGN には 2 種類の代表的な例があり、それはセイファート銀河とこのクエーサーである。ただし、両者の区別は本質的なものではなく、中心核からの放射の光度の違いによるものである。セイファート銀河の中心角からの可視光での光度は $\sim 10^{11} L_{\odot}$ であるが、クエーサーは可視光帯で、その 100 倍程度の光度をもつ。クエーサーはその明るさのため、まれな天体であり、また遠方にあることから、もっとも明るいクエーサーでも 13 等級程度しかない。これまで観測されてきたクエーサーは全て大きな赤方偏移を持っており、その値は 0.16 から 7 付近にまでわたっている。また、クエーサーは近傍宇宙にほとんど存在せず、遠方宇宙に多く存在している。このことから、クエーサーは過去のある時期に出現して現在ではほとんどなくなってしまっていることになる。

クエーサーの放射機構のもっとも有力な説は、大質量ブラックホールとそれを取り巻く降着円盤がエネルギー発生機構の仕組みだというものである。エネルギー源は中心に落ち込む物質の重力エネルギーであり、落下によって運動エネルギーになり、さらに降着円盤で熱エネルギーになって高温で輝く (Zel'dovich & Navikov 1964, Salpeter 1964)。この物理過程では落ち込む質量の半分をエネルギーに変換することが可能であり、核融合によるエネルギー変換が質量の数%であるのに対して非常に変換効率が良い。

クエーサーのその大きな光度は、近傍の宇宙では知られていない物理過程の存在を示しており、クエーサーの重要性が認識されるようになった。大質量ブラックホールの可能性も直ちに指摘され、銀河の形成と進化における役割も議論されてきた。クエーサーの研究の主要な目的の一つは、クエーサーを宇宙の歴史を探るプローブとして使うことである。なぜなら、クエーサーは $z \gtrsim 1$ の宇宙を観測する、もっとも容易な独立した天体であるからである。これには特に二つの目的があり、一つはクエーサーの統計的性質が赤方偏移によってどう変わるかを知ること、もう一つは、クエーサーが最初に現れた時間を知ることである。またクエーサーは銀河形成が盛んであった時代に多く観測されているので、早期宇宙を研究する上で重要なのである。クエーサーを観測することで、こういった宇宙初期における銀河形成のタイムスケールについて何らかの指標が得られると考えられる。

さらに、最近では、クエーサー (AGN) の活動が銀河形成に密接に関連していると考えられる証拠が発見されてきている。たとえば、クエーサー (AGN) の中心に存在する超大質量ブラックホール (SMBH) の質量と銀河のバルジの質量との間に非常に良い相関があることが分かっている (Marconi & Hunt, 2003)。それによると、SMBH の質量はバルジの質量に比例しており、その質量はバルジのおよそ 0.2% であることが分かる。このことは、銀河中心の SMBH の形成とバルジ形成との間になんらかの物理的関係があり、SMBH とバルジは宇宙の歴史の中で共進化してきたことを示唆している。SMBH が銀河形成に与える影響として考えられているのが AGN 風という、SMBH にガスが降着するとき、解放された重力エネルギーが放射となり、銀河内のガスを吹き飛ばすというものである。これを考えることによって、AGN によるフィードバックが銀河内の星生成に参与する分子ガス雲に対して働き、急激な星生成の停止を説明することができるからである。最近ではこういったクエーサー (AGN) からのフィードバックの銀河進化に対する寄与がさかんに議論されている。例えば、フィードバック効果は観測された星質量関数を説明するのに重要な役割を果たし、フィードバックを入れない場合は紫外及び赤外において観測を説明できないことが分かっており (例えば Katsianis et al. 2013 など)、銀河形成進化に決定的に重要であると認識されている。このような背景もあり、クエーサーを観測することで、銀河形成についての理解が深まると考えられている。

しかし一方で、非常に遠方にあるため暗く、まだ数が少ない。 $B = 21$ 等級よりも明るいクエーサーの面密度は $\sim 40 \text{ deg}^{-2}$ にすぎず、同じ等級の星の場合の密度は、比較的星がまばらな銀極方向でも、 $\sim 1600 \text{ deg}^{-2}$ もある。クエーサーサーベイのおもな目標はクエーサーの面密度を求めることであるが、このような理由から、これはあまり簡単なことではない。しかし、スローン・デジタル・スカイサーベイ (Sloan Digital Sky Survey; SDSS) をはじめとする大規模なサーベイによって、比較的まれな天体であったクエーサーが、近傍宇宙から高赤方偏移の宇宙において多数発見されたことで、クエーサーや AGN の統計的な議論の精度が大幅にあがった。

このような中で、最近の研究の進展として、銀河で行ってきた HOD の考え方をクエーサーに適用する研究が行われている。これによって、ダークマター分布とクエーサー分布の関係を調べることができ、クエーサーの進化や銀河形成におけるクエーサーの役割、その物理過程の手がかりになると期待される。次にこのクエーサー HOD の研究についての概要、問題点を述べる。

3.3.2 クエーサーの HOD

クエーサー HOD は以下のようにいくつかのモデルが提唱されている。

- Kayo & Oguri モデル (Kayo & Oguri 2012)

$M \gtrsim 10^{14} M_{\odot}$ ではセントラル・サテライト銀河ともにカットオフがあるモデル (図 3.4)。クエーサーは大質量ブラックホールへのガスの降着によって形成される降着円盤からのエネルギー放射によって光っている。一方で、銀河団中心部では楕円銀河が多く、楕円銀河はガスをあまり含まないため、ガスが落ち込むことで輝くクエーサーは少ないと考えられる。したがって銀河団の質量程度 ($\simeq 10^{14} M_{\odot}$) を持つハローの質量以上の領域ではクエーサーがほとんど存在しないとするのである。

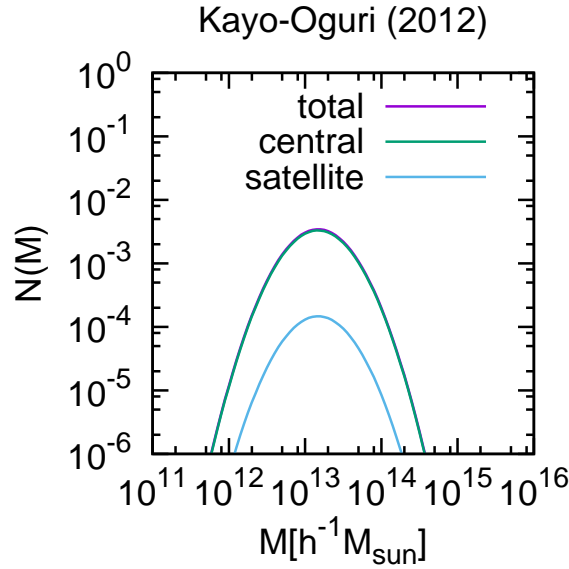


図 3.4: Kayo & Oguri (2012) によるクエーサー HOD モデル。緑線がセントラル銀河、青線がサテライト銀河を表す。紫線はセントラルとサテライト銀河の合計を表している。

- Richardson モデル (Richardson et al. 2012)
銀河の HOD モデルの場合と同じ形を考えたものである (Zheng et al. 2005, 2007) (図 3.5)。これは AGN の宇宙論的流体シミュレーション (Di Matteo et al. 2008; Chatterjee et al. 2012) を基にしたものであるが、シミュレーションのサイズが不十分なため低光度 AGN についての結果しか得られていなかったことに注意する必要がある。
- Shen モデル (Shen et al. 2013)
Kayo & Oguri モデルと Richardson モデルの折衷案である (図 3.6)。銀河団中心部ではセントラルクエーサーは存在しないが (Kayo & Oguri モデルと同様)、しかし銀河団において密度が小さくなる外周部ではガスを含む渦巻銀河などが多く観測されるようになることを考えると、サテライトクエーサーは存在してもよいとするモデルである。

これらのモデルはいずれも観測されたクエーサーの相関関数を再現するモデルとして提唱された。実際この各モデルから投影された相関関数 $w_p(r_p)$ を計算し、観測と比較したものを載せる (図 3.7)。図のようにほとんど 3 つのモデルから計算される $w_p(r_p)$ は一致していることが分かる。これはハローの質量関数 $n(M)$ が $M \gtrsim 10^{15} M_\odot$ では指数関数的に落ちるため、 $w_p(r_p)$ の計算ではこのハローの質量関数をかけていろいろな量が計算されることを考えると、 $M \gtrsim 10^{15} M_\odot$ での $N(M)$ のふるまいは $w_p(r_p)$ には直接効いてこないと考えられるからである。したがって、HOD のモデルが異なっても観測 $w_p(r_p)$ が説明できてしまうのである。これはモデルが縮退していることを意味する。先にも述べたが、銀河の場合と異なり、クエーサーではまばらにしか分布していないという事実、HOD

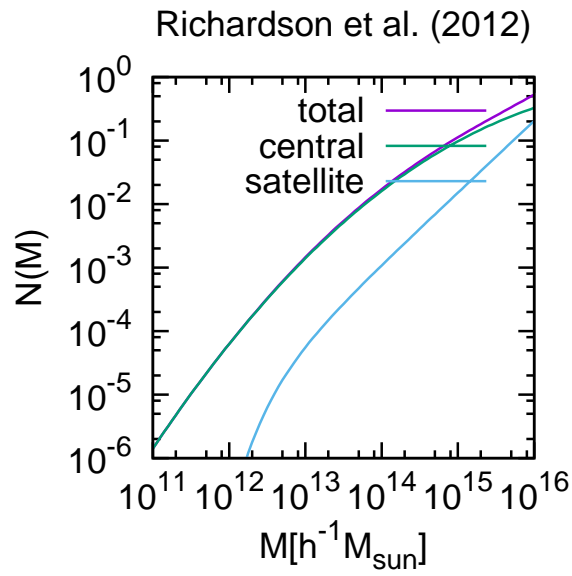


図 3.5: Richardson et al. 2012 によるモデル。

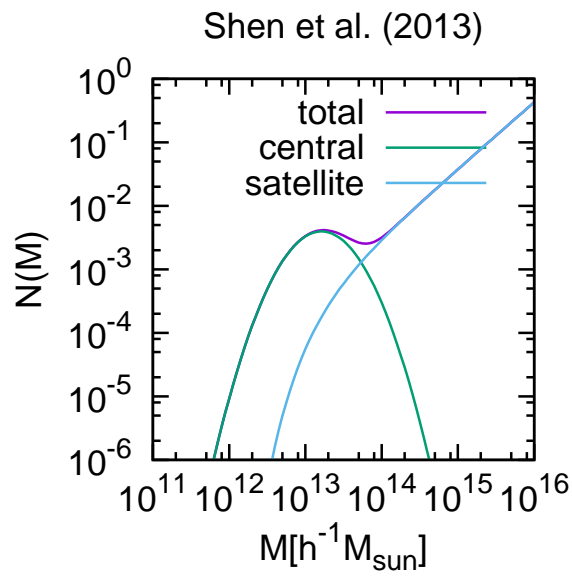


図 3.6: Shen et al. 2013 によるモデル。

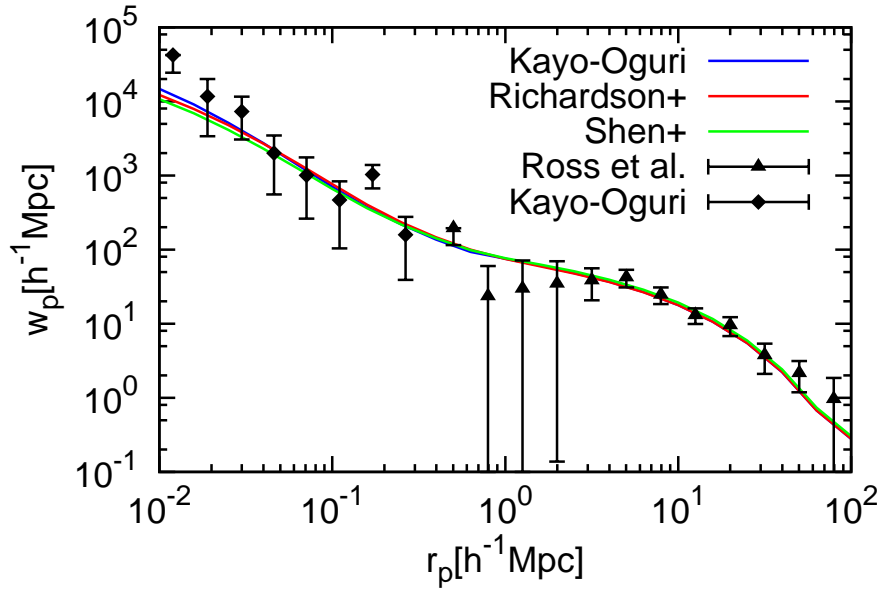


図 3.7: 観測から得られた $w_p(r_p)$ と各モデルから計算された $w_p(r_p)$ との比較。観測データは SQLS (DR7) のバイナリクエーサーの $0.6 < z < 2.2$ のサンプル (Kayo & Oguri 2012) 及び、SDSS (DR5) の $0.3 < z < 2.2$ のクエーサーのサンプル (Ross et al. 2009) から求めた相関関数である。

モデルを一意的に決めるのが難しい理由があると言えよう。

この縮退を解くためのアプローチとして、各モデルのふるまいが異なっている $M = 10^{14} \sim 10^{15} M_\odot$ の HOD のふるまいを別の観測から調べるといものが考えられる。そのために、クエーサーと銀河団の相互相関関数に着目する。この量に着目する理由は、まず $M = 10^{14} \sim 10^{15} M_\odot$ は銀河団の質量スケールに対応し、これよりハロー内の銀河団の数 $N_{\text{clu}} \sim 1$ となることから、この銀河団とクエーサーとのペアの数を数えることで、ハロー質量が $M = 10^{14} \sim 10^{15} M_\odot$ 付近のクエーサーの HOD を直接調べられるのではないかと考えられるからである。次章で SDSS の観測を用いて銀河団とクエーサーの相互相関関数を求める。

第4章 SDSSの観測

4.1 SDSSとは

Sloan Digital Sky Survey (SDSS) は、アメリカのニューメキシコ州にあるアパッチポイント天文台の可視光望遠鏡を使用して行われたプロジェクトである。口径 2.5m の反射望遠鏡 (Gunn et al. 2006) を用いて観測サーベイが展開された。SDSS は全天の 1/4 の領域を大型 CCD カメラにより 5 つの波長帯 (u(3551Å), g(4686Å), r(6165Å), i(7481Å), z(8931Å)(中心波長)) で観測する。撮像装置は 24 個の 2048×2048 ピクセルの CCD を搭載している (Gunn et al. 1998)。撮像データから選び出した 100 万個の銀河と 10 万個のクエーサーの分光観測を行うことがその主目的であり、これらをカタログ化するサーベイプロジェクトである。

本研究ではクエーサーと銀河団の相互相関関数を調べるため、DR7 から得られた分光クエーサーサンプルと DR8 撮像データから得られた銀河団サンプルを用いる。

4.1.1 クエーサー (SDSS Data release 7)

DR7 の観測によって、SDSS のクエーサーカタログの 5 版が完成した (Schneider et al. 2010)。これは 105,783 個の分光クエーサーが含まれており、観測されたクエーサーの天球面上の分布は図 4.1 のようになっている。SDSS での撮像観測に使用されるカメラは、1 つが 5cm 角の電荷結合素子 (CCD) と呼ばれるシリコンの電子的な光検出器が 30 素子取り付けられており、素子は 5 個を一行にして 1 つの真空容器に入っている。1 つの CCD 素子は、400 万個以上の画素からなっている。これらの画素に光が当たると、画素の内部で電子が放出され、この電子が増幅され電気信号となり、異なった色 (ugriz ; Fukugita et

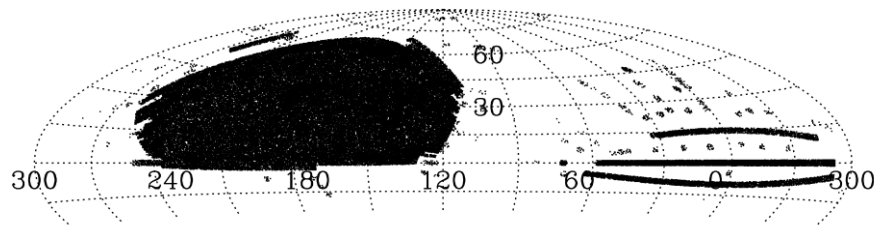


図 4.1: SDSS DR7 で観測されたクエーサーの空間分布 (Schneider et al. 2010)。105,783 個のクエーサーが観測されている。北半球の大きく塗りつぶされた領域と三本の細い横線の領域が Legacy サーベイ、横線から少し離れたところにある点状の領域が SEGUE での観測である。

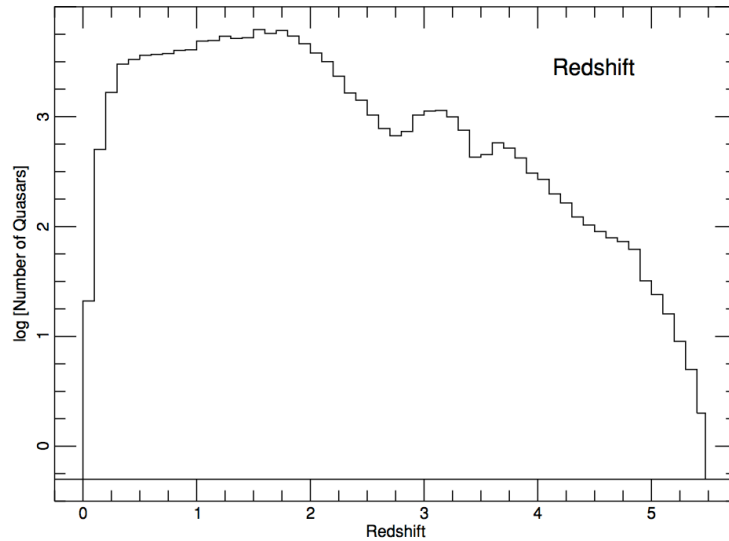


図 4.2: SDSS で観測されたクエーサーの z 分布 (Schneider et al. 2010)

al. 1996) での天体の明るさが記録される。この 5 色の CCD カメラで撮像観測し、クエーサー候補の選択が行われるが (Richards et al. 2002)、これは SDSS の color space における位置に基づいて行われる。また、低赤方偏移ではフラックスの限界が $i \sim 19.1$ にあり、 $i < 19.1$ という制限が $z \lesssim 3$ のクエーサーに対してはかけられる。天体の撮像データは、スペクトルを取る天体を、種類ごとに一様に選ぶために使われる (Blanton et al. 2003a)。そして、クエーサー候補が得られれば、その候補が実際にクエーサーであるかどうかを検証するために分光観測が行われる。

分光観測においては、640 個の穴があいたアルミニウム製の穿孔板を用意し、この穴に光ファイバーをつなげ、天体からの光を分光器に送り込む。穴の一つ一つが銀河やクエーサーの位置に対応している。分光器は天体からの光を色に分解し、スペクトルが記録される。得られたスペクトルから赤方偏移が決められる。クエーサーサンプルの赤方偏移分布は図 4.2 のようになっている (Schneider et al. 2010)。また、 i バンド等級の分布、絶対等級の分布はそれぞれ図 4.3、図 4.4 のようになっている。 i バンド等級分布における $i \sim 19.1$ における値の落ち込みは観測のフラックスの限界によるものである。また、 $i > 19.1$ においてもクエーサーは観測されているが、この領域では撮像観測されたクエーサーが必ずしも分光観測されているとは限らない (コンプライトではない) ため、使用しない。

4.1.2 銀河団 (SDSS Data release 8)

SDSS-III は 2008 年 8 月からスタートし、DR8 は SDSS-III の最初の data release である。観測したのは図 4.5 の領域である。今、我々が知りたいのは銀河団の情報である。そこで、DR8 の観測から得られた銀河の撮像データから、銀河団を同定しなければならない。このアルゴリズムのひとつに、CAMIRA (Cluster finding algorithm based on Multi-band Identification of Red-sequence gAlaxies) というものがある (Oguri 2014)。このアルゴリズムは $0.1 < z < 0.6$ の銀河を対象にし、Stellar population synthesis (SPS) モデルとい

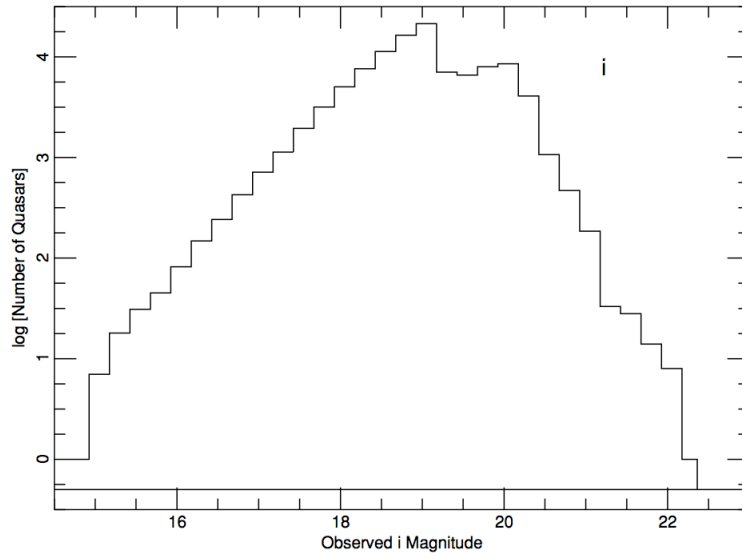


図 4.3: SDSS で観測されたクエーサーの i バンド等級分布 (Schneider et al. 2010)

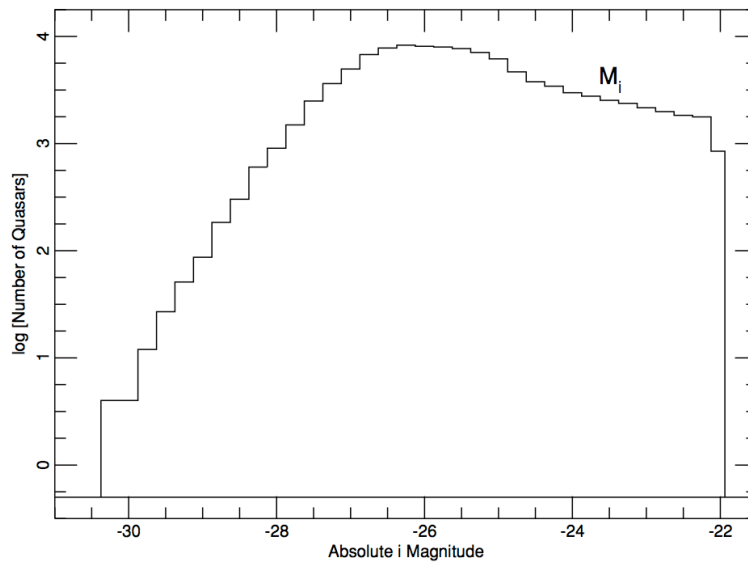


図 4.4: SDSS で観測されたクエーサーの絶対等級分布 (Schneider et al. 2010)

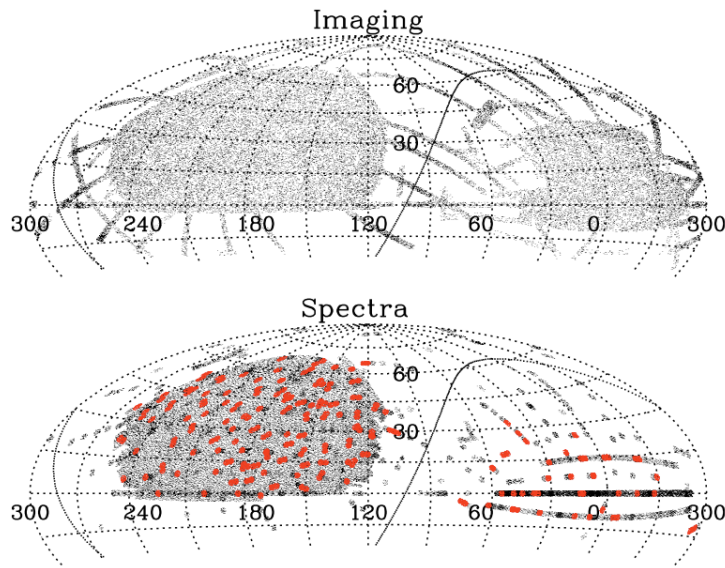


図 4.5: SDSS DR8 での観測された領域 (Aihara et al. 2011)。上段が撮像観測を行った領域、下段は分光観測を行った領域である。また下段の赤い領域は SEGUE-2 のカバーしている部分である。

う銀河のスペクトルを星のスペクトルの足し合わせで再現するモデルを基にして同定を行う。銀河団には楕円銀河のように赤い銀河が多いため、SPS モデルを使ってある銀河が赤い銀河である確率を計算し、そこから銀河団のリッチネスを計算する。リッチネスとはある銀河団の中のメンバー銀河の数のことである。CAMIRA でのリッチネスの定義は、リッチネスのもともとの定義であるみかけの等級での定義ではなく、観測された等級と SPS モデルとの等級とのずれ (χ^2) を計算し、そこから、ある銀河の SPS モデルからのずれが χ^2 であるときの、その銀河がメンバー銀河である確率を定義し、それを観測した銀河に対して和をとることで計算される。このように、リッチネスの計算はある銀河が銀河団に属するか属さないかの 2 通りで考えるのではなく、上記のように確率分布で計算する。これより、リッチネスマップが求められれば、銀河団候補を見つけるために、このリッチネスマップにおけるピークを探す。銀河団候補が見つけられると、次は銀河団の中でもっとも明るい銀河 (BCG) を探す。それぞれのメンバー銀河に対して BCG である確率を計算する。このようにして、SDSS の銀河の撮像データから銀河団を取り出すことができる。本研究ではこの CAMIRA を使って抽出した銀河団データを使用する。

銀河団の方は、撮像データを用いるため、測光赤方偏移 (photometric redshift) を使う。測光赤方偏移とは、撮像サーベイから赤方偏移を推定する方法で、複数のフィルターで測定されたフラックスをもっともよく再現するあらかじめ赤方偏移が分かっている銀河のスペクトルと照らし合わせることで赤方偏移を求めるというものである。例えば、(楕円) 銀河のスペクトルは 4000 \AA くらいになると急激に落ち込むが、 z が大きくなるほどスペクトルは長波長側にシフトするため、どこでカットオフがくるかで z を見積もることができる。銀河単体では誤差も大きいですが、銀河団の z の推定においては、銀河団の中にたくさん銀河が含まれているため、メンバー銀河からの合計を使えば、比較的精度よく決めること

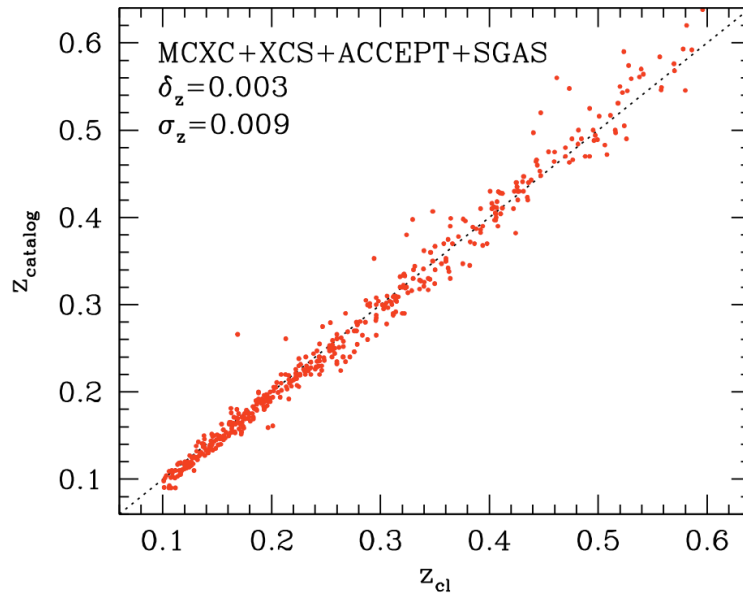


図 4.6: SDSS による銀河団の測光赤方偏移 (z_{cl}) と他の様々な観測の銀河団カタログによる分光赤方偏移 ($z_{catalog}$) との比較 (Oguri 2014)。他の観測として用いたのは、XMM Cluster Survey (XCS; Mehrrens et al. 2012)、Meta-Catalogue of X-ray detected Clusters of galaxies (MCXC; Piffaretti et al. 2011)、ACCEPT cluster catalogue (Cavagnolo et al. 2009)、Sloan Giant Arcs Survey (SGAS) である。SGAS は可視光の観測で、それ以外は X 線での観測である。SGAS に関しては Bayliss et al. (2011)、Oguri et al. (2012)、Bayliss et al. (2014) で報告された 24 個の銀河団の分光赤方偏移を用いている。 δ_z は測光赤方偏移と分光赤方偏移の平均の偏りであり、 σ_z は両者の分散である。

ができる。SDSS の観測で得られる銀河の測光赤方偏移と他の観測から得られた分光赤方偏移の分散 $(z_{cl} - z_{catalogue}) / (1 + z_{catalogue})$ は 0.009 である (Oguri 2014、図 4.6)。

銀河団の z 分布とリッチネスの分布は図 4.7、4.8 のようにそれぞれなっている。また、得られたリッチネスと銀河団を囲むダークマターハローの質量との関係は Oguri 2014 によると図 4.9 のようになっている。ここで、ハロー質量は CFHTLenS の弱い重力レンズ効果から求められており、SDSS DR8 と CFHTLenS の観測領域が重なる部分を使い、CFHTLenS のシア (shear) カタログ (Heymans et al. 2012) を用いて、リッチネスとハロー質量の対応関係を求めている。本研究では、後述のように、 $0.4 < z < 0.6$ の観測データを使うが、これによって、リッチネスで観測データを区切ることで、ハロー質量とのおおまかな対応関係をつけることができるという点でこの結果は非常に重要である。

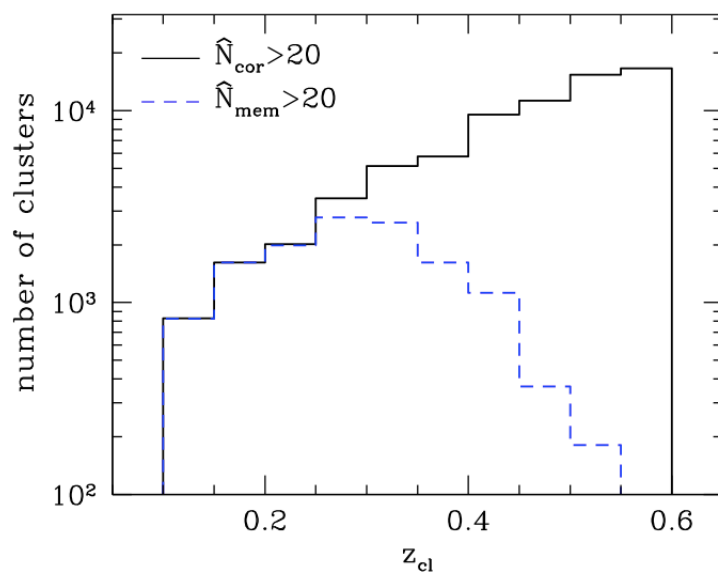


図 4.7: SDSS の銀河団カタログの赤方偏移のヒストグラム (Oguri 2014)。実線が全体の銀河団カタログのヒストグラムであり (リッチネス > 20)、点線はリッチネスの補正をしていないデータのヒストグラムである。リッチネスの補正とは、magnitude-limit サンプルの性質として、赤方偏移が大きくなるほど、撮像観測される天体は減少するため、リッチネスも小さく見積もられてしまうという問題があり、これを補正したのが N_{cor} である。

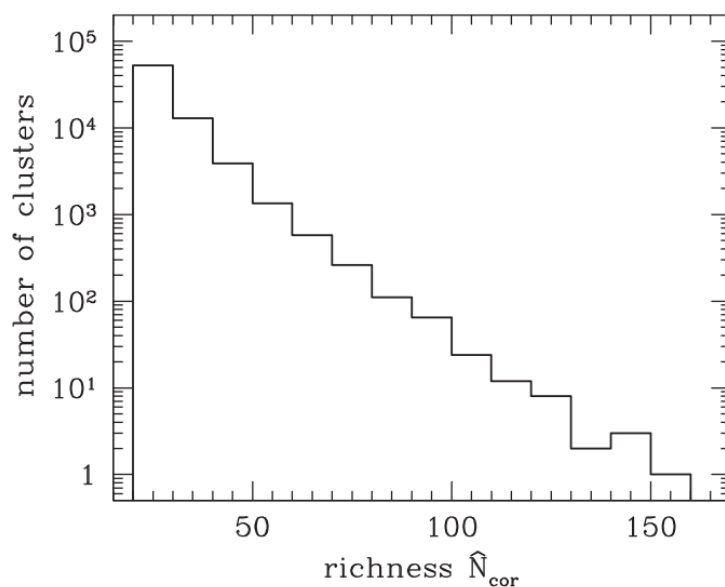


図 4.8: リッチネス (補正後) のヒストグラム (Oguri 2014)。

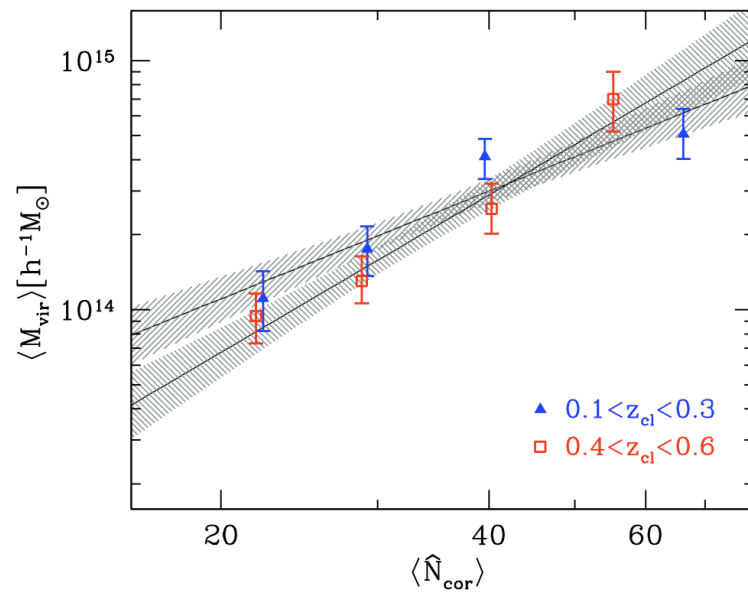


図 4.9: ハロー質量 (M_{vir}) とリッチネス (N_{cor}) の関係 (Oguri 2014)。ハロー質量は CFHTLenS の弱い重力レンズの解析から推定されたものである。青色が $0.1 < z < 0.3$ 、赤色が $0.4 < z < 0.6$ の銀河団サンプルの結果であり、実線はべき分布のフィットである。

4.2 本研究における解析

4.2.1 観測データ

- クエーサー (5239 天体)
 - SDSS DR7 分光観測を使用
 - $0.4 < z < 0.6$ の領域を観測
 - マスク適用 (ソフトウェア mangle を使用)
 - i バンド等級が 19.1 等より明るいものを使用
- 銀河団 (34169 天体)
 - SDSS DR8 撮像観測を使用
 - $0.4 < z < 0.6$ の領域を観測
 - マスク適用 (ソフトウェア mangle を使用)
 - リッチネスは 20-40 と 40 以上で分割
20-40 で 31475 天体、40 以上で 2695 天体

赤方偏移はクエーサー、銀河団ともに $0.4 < z < 0.6$ を使用する。これは、図 4.2 のクエーサーの赤方偏移分布を見ると分かるように、 $z \lesssim 0.4$ の領域ではデータ数が急激に落ちており、近傍宇宙に行きすぎるとクエーサーが観測されなくなること、また、 $z \gtrsim 0.6$ では SDSS の銀河の観測数が急激に落ちること (Oguri 2014 の CAMIRA の銀河団カタログは $0.1 < z < 0.6$ を対象にしている)、この二つを考慮して、さらに両者の相互相関関数を取るには両者で同じ赤方偏移の領域を使う必要があるため、 $0.4 < z < 0.6$ を使用した。

また、観測において、撮像、分光ができていない領域を取り除くため mangle というソフトを使い、マスクを行った (Swanson et al. 2008)。mangle とは銀河などの観測における複雑なマスクングを効率的に行うソフトウェアのことである。本研究では SDSS DR7 用のマスク¹(Swanson et al. 2008; Hamilton & Tegmark 2004; Blanton et al. 2005) を DR7、DR8 の観測ともに用いている。これは両者で観測する領域を同じにするためであり、DR7 の方がマスクされる領域が DR8 に比べて大きいからである。またクエーサーにおいては、19.1 等より明るいものでは、撮像観測で観測された天体はすべて分光観測が行われていることから、このようなデータを使用した。銀河団においては、銀河団内のメンバー銀河の数を表すリッチネスが 20-40 のものと 40 以上のもので分けて解析を行った。

クエーサー、銀河団それぞれで、今回使った観測データを (RA,DEC) でプロットしたものが図 4.10、図 4.11 である。

4.2.2 クエーサーと銀河団の相互相関関数

本研究ではクエーサー HOD の $M \sim 10^{14} M_{\odot}$ でのモデルの縮退を解くため、クエーサーと銀河団の相互相関関数に着目している。ここでは、上記のような観測データを用いて、

¹http://space.mit.edu/~molly/mangle/download/data/sdss_dr72safe0_res6d.pol.gz

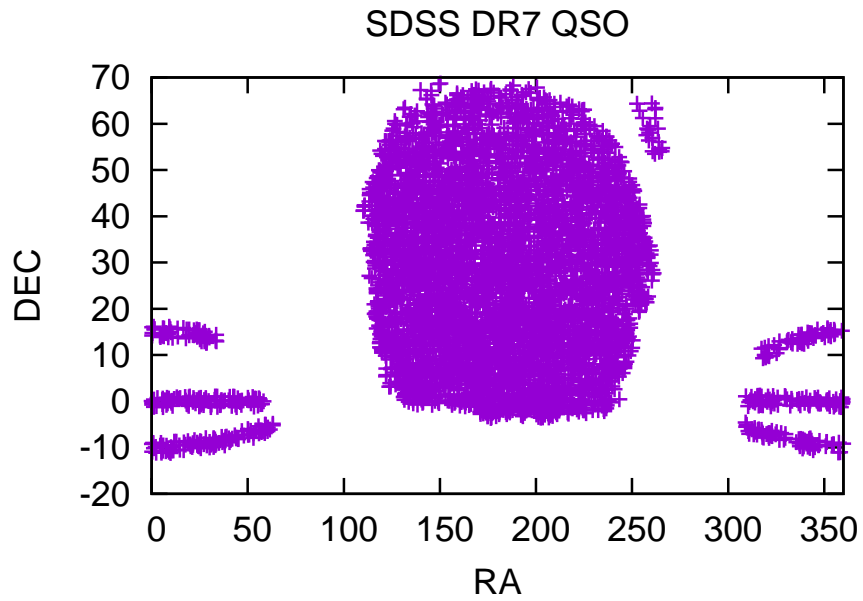


図 4.10: SDSS DR7 の観測で得られたクエーサーの SDSS DR7 用のマスクを適用後の空間分布。 $0.4 < z < 0.6$ 。

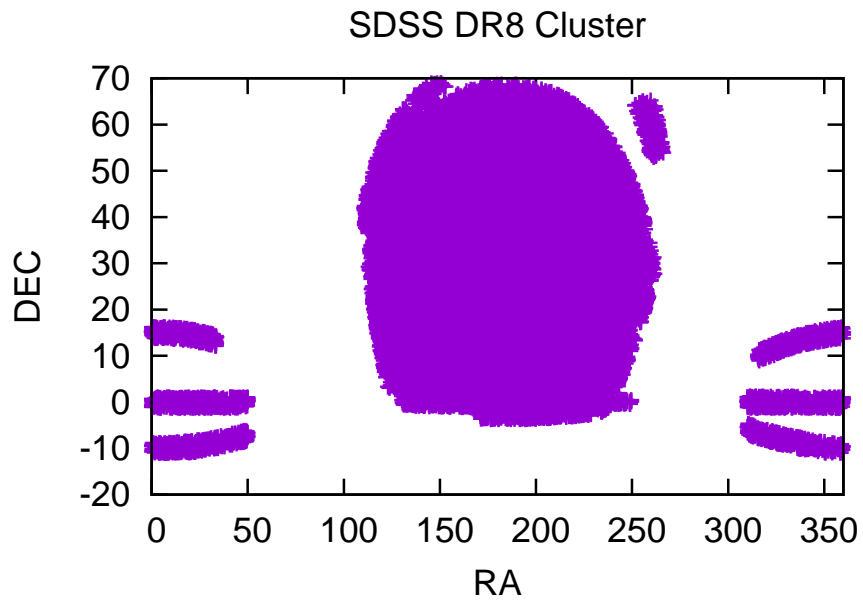


図 4.11: SDSS DR8 の観測で得られた銀河団の空間分布。 $0.4 < z < 0.6$ 、SDSS DR7 の観測でマスクしたのと同じ領域をマスクしたものである。

実際に相互相関関数の計算を行う。観測データは (RA,DEC) の組で与えられているから、この情報をもとに、クエーサーと銀河団のなす角度 θ を以下のように、計算することができる。球面上の (x, y, z) 座標と (RA,DEC) の関係は

$$x = \cos \text{DEC} \sin \text{RA}, \quad y = \cos \text{DEC} \cos \text{RA}, \quad z = \sin \text{DEC}$$

であり、ここから計算される θ は以下のように書ける：

$$\theta = \arccos \left(1 - \frac{r^2}{2} \right)$$

ただし、 $r^2 = (x_c - x_q)^2 + (y_c - y_q)^2 + (z_c - z_q)^2$

ここで、添字 c, q はそれぞれ銀河団、クエーサーを表す。このようにして、両者の間のなす角度が求められるから、ここからある θ の範囲におけるペアの数 $D_q D_c$ をカウントする。 $w(\theta)$ の計算には以下の estimator を使う：

$$w(\theta) = \frac{D_q D_c}{RR} - 1 \quad (4.1)$$

RR はランダムに天体をばらまいたときの、ある θ の範囲内のペアの数を表している。ここでは、mangle のソフトの中の ransack というコマンドを用いてランダム点 50000 個を生成し、計算を行った。

銀河団に関しては、リッチネスの違いで二つの分割して計算する。上述のように Oguri (2014) の結果からリッチネスとハロー質量の関係が与えられており、本研究では

$$\text{リッチネス } 20 - 40 \implies M = 7 \times 10^{13} \sim 2.6 \times 10^{14} M_\odot \quad (4.2)$$

$$\text{リッチネス } > 40 \implies M = 2.6 \times 10^{14} \sim 10^{15} M_\odot \quad (4.3)$$

の値を使う (詳細は 5.2 節)。また、リッチネスは、ある銀河が銀河団のメンバー銀河になるかどうかを決める際、メンバー銀河であるかないかではなく、連続的な確率分布を考えることで、見積もられている。これは、視線方向の観測から、ある銀河が銀河団に属しているかどうかを決めるのが難しいためである。このように、リッチネスで分割し $w(\theta)$ の振る舞いの違いを調べることで、それぞれの M に対応した部分の HOD の情報を引き出すことができると考えられる。

図 4.12、表 4.1 が得られたクエーサーと銀河団の相互相関関数である。 $0.01^\circ \sim 0.1^\circ$ (1 halo term の部分) で質量の大きいハローと小さいハローでの w のふるまいの違いが分かる。本研究では銀河団の中のクエーサーの数を調べればよいから、銀河団の大きさ程度の領域 ($\sim 0.1^\circ$ 以内) に興味があるが、実際この領域でのリッチネスによる違いが見えていくことが分かる。誤差はポアソン分布で

$$\delta w = \frac{1 + w}{\sqrt{DD}} \quad (4.4)$$

を用いている。ポアソン分布では誤差が過小評価されてしまうことが知られており、一般的にはジャックナイフ法などを使って誤差を計算するが、本研究で興味がある θ が小さい領域ではポアソン分布とジャックナイフ法にはほとんど違いがないことが知られている (Ross et al. 2009)。したがって、本研究ではポアソン分布による誤差を用いる。

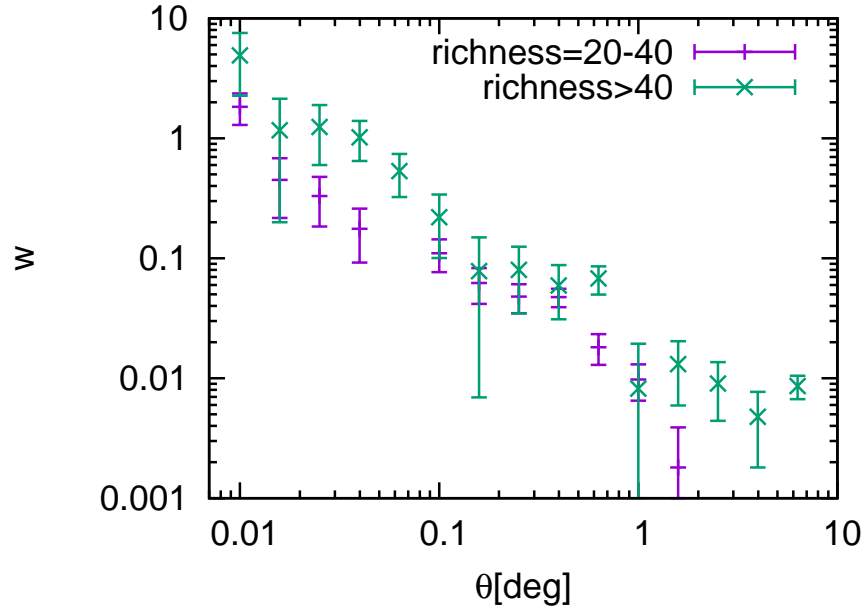


図 4.12: SDSS の観測によって得られたクエーサーと銀河団の相互相関関数。紫色がリッチネス 20–40 のサンプル、緑色がリッチネス 40 以上のサンプルの結果である。

θ [deg]	Richness=All		Richness=20–40		Richness>40	
	$w(\theta)$	$\delta w(\theta)$	$w(\theta)$	$\delta w(\theta)$	$w(\theta)$	$\delta w(\theta)$
0.010	2.07	0.53	1.83	0.53	4.90	2.64
0.016	0.51	0.23	0.45	0.23	1.17	0.97
0.025	0.40	0.14	0.33	0.15	1.25	0.65
0.040	0.24	0.08	0.18	0.08	1.02	0.38
0.063	0.03	0.05	-0.008	0.05	0.53	0.21
0.100	0.12	0.03	0.11	0.03	0.22	0.12
0.158	0.064	0.020	0.062	0.021	0.078	0.071
0.251	0.050	0.013	0.048	0.013	0.080	0.045
0.398	0.048	0.008	0.047	0.008	0.059	0.028
0.631	0.022	0.005	0.018	0.005	0.068	0.018
1.000	0.0096	0.0031	0.0098	0.0032	0.008	0.011
1.584	0.0026	0.0013	0.0018	0.0020	0.013	0.007
2.511	-0.0076	0.0013	-0.0090	0.0013	0.0090	0.0046
3.981	-0.0055	0.0008	-0.0064	0.0009	0.0047	0.0030
6.310	-0.0053	0.0005	-0.0065	0.0006	0.0086	0.0019

表 4.1: クエーサーと銀河団の相互相関関数 $w(\theta)$ の結果。左の列がリッチネス非制限サンプル、真ん中が 20–40 のサンプル、右が 40 以上のサンプルで分けたときの結果である。

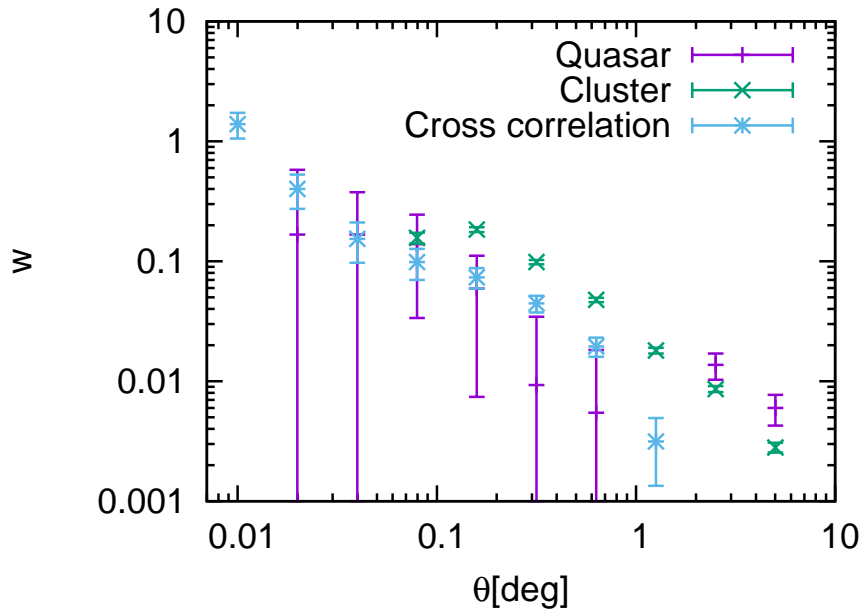


図 4.13: クエーサー、銀河団の自己相関関数と両者の相互相関関数を合わせてプロットしたもの。銀河団のリッチネスは非制限である。紫がクエーサー、緑が銀河団の角度相関関数、青が相互相関関数である。

4.2.3 自己相関関数との比較

確認のため、クエーサー、銀河団の自己相関関数との比較も行った。図 4.2 は相互相関関数と、クエーサー、銀河団のそれぞれの自己相関関数 (Auto correlation function) を合わせてプロットしたものである。これを見て分かるように、相互相関関数はそれぞれの自己相関関数の値の平均になっていることが分かる。2 halo term のバイアスの依存性は、クエーサーの自己相関関数では $w_2 \propto b_h^2(M_{\text{qso}})$ 、銀河団の自己相関関数は $w_2 \propto b_h^2(M_{\text{clu}})$ 、相互相関関数は $w_2 \propto b_h(M_{\text{qso}})b_h(M_{\text{clu}})$ と書けるからである (b_h はハローバイアス)。

第5章 クエーサーHODの概算

この章では、観測から計算した相互相関関数と理論式のフィッティングを行い、そこからクエーサーのHODを概算する。そのためにHODと $w(\theta)$ の関係式を導く。

5.1 HODと相互相関関数との関係式

HODを以下のように定義し、これを使って角度相関関数 $w(\theta)$ を表す。

$$\begin{aligned}
 N_{\text{qso}} &= N_{\text{qso,c}} + N_{\text{qso,s}} \\
 N_{\text{qso,c}} &= \text{ハローの中のセントラルクエーサーの個数} \\
 N_{\text{qso,s}} &= \text{ハローの中のサテライトクエーサーの個数} \\
 N_{\text{clu}} &= \text{ハローの中の銀河団の個数}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$M \sim 10^{15} M_{\odot}$ では $N_{\text{clu}} \sim 1$ である。また2点相関関数は以下のように分けて考える。

$$\xi = 1 + \xi_1 + \xi_2 \tag{5.2}$$

ξ_1 、 ξ_2 はそれぞれ1 halo term、2 halo term における2点相関関数である。

ここで、2点相関関数がペアの数え上げで求められることを確認しておく。2点相関関数の定義は(2.115)であるが、これを質量密度 ρ ではなく数密度 n で書き直すと、

$$\langle n(\mathbf{x}_1)n(\mathbf{x}_2) \rangle = \bar{n}^2(1 + \xi(r)) \tag{5.3}$$

である。 $n(\mathbf{x})d^3\mathbf{x}$ は、体積 $d^3\mathbf{x}$ の中の天体の個数を表しているが、これはこの領域に天体が存在する確率と考えることもできる。すると、 $\langle n(\mathbf{x}_1)n(\mathbf{x}_2) \rangle d^3\mathbf{x}_1 d^3\mathbf{x}_2$ は体積 $d^3\mathbf{x}_1$ 、 $d^3\mathbf{x}_2$ の両方に天体が含まれる確率と考えることができる。これを $P(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)d^3\mathbf{x}_1 d^3\mathbf{x}_2$ と書く。ここで、ある一つの天体に着目し、その天体を中心として距離が $r \sim r + dr$ の間にあるような他の天体の数の平均 dN を考える。この数は点 \mathbf{x} に天体があるときにそこからベクトル \mathbf{r} だけ離れた微小体積 $d^3\mathbf{r}$ のなかに天体がある条件付確率 $P(\mathbf{x} + \mathbf{r}|\mathbf{x})d^3\mathbf{r}$ をベクトル \mathbf{r} について角度積分したもので与えられる。この条件付確率は \mathbf{x} と \mathbf{r} のまわりにある微小体積に同時に天体が存在する確率 $P(\mathbf{x} + \mathbf{r}, \mathbf{x})d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{r}$ を、 $d^3\mathbf{x}$ に天体が存在する確率 $\bar{n}d^3\mathbf{x}$ で割ったもので与えられるから

$$dN = 4\pi r^2 dr P(\mathbf{x} + \mathbf{r}|\mathbf{x}) = \frac{1}{\bar{n}} 4\pi r^2 P(\mathbf{x} + \mathbf{r}, \mathbf{x}) = 4\pi \bar{n} r^2 dr (1 + \xi(r)) \tag{5.4}$$

と計算できる。したがって、ペアの数を数えることで2点相関関数が求められる。

1 halo term

上記の議論を踏まえると、1 halo term におけるクエーサーと銀河団のペアの数は $N_{\text{qso}}N_{\text{clu}}$ であるから、クエーサー (銀河団) のある z における平均の数密度

$$n_{\text{qso}(\text{clu})} = \int N_{\text{qso}(\text{clu})} n(M, z) dM \quad (5.5)$$

を用いて、

$$1 + \xi_1 = \int dM n(M, z) \frac{\langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle}{n_{\text{qso}}n_{\text{clu}}} \quad (5.6)$$

と書ける。ただし、 $n(M, z)$ はハローの質量関数である。また

$$\langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle = \int d^3\mathbf{r}' N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rho_{\text{qso}}(\mathbf{r}') \rho_{\text{clu}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (5.7)$$

である ($\rho_{\text{qso}(\text{clu})}$ はクエーサー (銀河団) の空間分布)。

$$N_{\text{qso}}\rho_{\text{qso}}(\mathbf{r}) = N_{\text{qso},c}\delta(\mathbf{r}) + N_{\text{qso},s}\rho_{\text{qso},s}(\mathbf{r}) \quad (5.8)$$

$$N_{\text{clu}}\rho_{\text{clu}}(\mathbf{r}) = N_{\text{clu},c}\delta(\mathbf{r}) + N_{\text{clu},s}\rho_{\text{clu},s}(\mathbf{r}) \quad (5.9)$$

と書き ($\delta(\mathbf{r})$ はデルタ関数)、クエーサーがハロー中心にある場合は、クエーサーが明るいためハロー中心にある銀河は観測されないため、qso,c と clu,c 同士のペアはないと考え

$$\begin{aligned} \langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle &= N_{\text{qso},c}N_{\text{qso},s}\rho_{\text{clu},s}(\mathbf{r}) + N_{\text{clu},c}N_{\text{qso},s}\rho_{\text{qso},s}(\mathbf{r}) \\ &\quad + \int d^3\mathbf{r} N_{\text{qso},s}N_{\text{clu},s}\rho_{\text{qso},s}(\mathbf{r}')\rho_{\text{clu},s}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (5.10)$$

となる。ここで以下の二つの場合に分けて考える。

- ハロー中心にクエーサーが存在しないとき

$N_{\text{qso},c} = N_{\text{clu},s} = 0$ より、

$$\langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle = N_{\text{clu},c}N_{\text{qso},s}\rho_{\text{qso},s}(\mathbf{r}) \simeq N_{\text{clu}}N_{\text{qso}}\rho_h(\mathbf{r}) \quad (5.11)$$

ここで、 $\rho_{\text{clu}} = \rho_{\text{qso}} = \rho_h = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}$ (NFW 分布) を仮定した。

- ハロー中心にクエーサーが存在するとき

この場合は、クエーサーは明るいため、ハロー中心に銀河団の中心銀河が存在しても観測されず、ハロー中心から外れたメンバー銀河を銀河中心としてしまうことになる。したがって、 $N_{\text{clu},c} = 0$ 。

$$\langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle = N_{\text{qso},c}N_{\text{clu},s}\rho_{\text{clu},s}(\mathbf{r}) + \int d^3\mathbf{r}' N_{\text{qso},s}N_{\text{clu},s} \dots \quad (5.12)$$

ここで、 $N_{\text{qso},c} \sim 1$ 、 $N_{\text{qso},s} \ll 1$ であるから、 $\langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle$ の第2項は第1項に比べて無視できる ($N_{\text{qso},c} \simeq N_{\text{qso}}$)。したがって、

$$\langle N_{\text{qso}}N_{\text{clu}} \rangle = N_{\text{qso}}N_{\text{clu}}\rho_h(\mathbf{r}) \quad (5.13)$$

このように、どちらの場合でも $\langle N_{\text{qso}} N_{\text{clu}} \rangle = N_{\text{qso}} N_{\text{clu}} \rho_h(\mathbf{r})$ と書くことができる。ゆえに、

$$1 + \xi_1 = \int dM n(M, z) \frac{N_{\text{qso}} N_{\text{clu}}}{n_{\text{qso}} n_{\text{clu}}} \rho_h(r|M) \quad (5.14)$$

と表される。ここで、 $\rho_h(r|M)$ は NFW 分布を質量 M で割って無次元化したものである。

2 halo term

2 halo term におけるパワースペクトル P_{2h} はクエーサーと銀河団のバイアス b_{qso} 、 b_{clu} を用いて、

$$P_{2h}(k) = b_{\text{qso}} b_{\text{clu}} P_m(k) \quad (5.15)$$

で与えられる。ここで、

$$b_{\text{qso}} = \int b_h(M) \frac{N_{\text{qso}}}{n_{\text{qso}}} n(M, z) dM \quad (5.16)$$

$$b_{\text{clu}} = \int b_h(M) \frac{N_{\text{clu}}}{n_{\text{clu}}} n(M, z) dM \quad (5.17)$$

であり、平均のバイアスを表す。 P_m はダークマターのパワースペクトルである。これより、相関関数は

$$\xi_2(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P_{2h}(k) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{k} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty P_{2h}(k) \frac{\sin kr}{kr} k^2 dk \quad (5.18)$$

と求められる。

NFW 分布における種々の量

ここでは、 ρ_h を計算するための、いろいろな量についてまとめておく。まず宇宙論パラメーターなど計算に使った量を挙げる。

$$\text{現在の物質の平均密度} : \bar{\rho}_0 = 8.71 \times 10^{10} \frac{M_\odot}{h} \left(\frac{\text{Mpc}}{h} \right)^3 \quad (5.19)$$

$$\text{宇宙論パラメーター} : \Omega_{\text{m}0} = 0.266, \quad \Omega_{\Lambda 0} = 0.734 \quad (5.20)$$

宇宙論パラメーターは WMAP 7 year result を使っている。また $c/H_0 = 2998 \text{ Mpc}/h$ である。

球対称モデルでの崩壊点のゆらぎの値 (2.89) はアインシュタイン-ドジッター宇宙でのものだが、これを本研究で使うような宇宙項入りのモデルの場合で計算すると

$$\delta_c(z) = \frac{3(12\pi)^{2/3}}{20} (1 + 0.013 \log_{10} \Omega_{\text{m}}(z)) \quad (5.21)$$

となる (Weinberg & Kamionkowski 2003, Kitayama & Suto, 1996)。ここで、

$$\Omega_{\text{m}}(z) = \Omega_{\text{m}0} (1+z)^3 \left(\frac{H_0}{H(z)} \right)^2 \quad (5.22)$$

である。

(2.97) で求めたアインシュタイン-ドジッター宇宙での揺らぎの式 Δ_{vir} を、宇宙項入りのモデルの場合で計算すると

$$\Delta_{\text{vir}}(z) = 18\pi^2 \left(1 + 0.399 (\Omega_{\text{m}}^{-1}(z) - 1)^{0.941}\right) \quad (5.23)$$

となる (Weinberg & Kamionkowski 2003)。

(2.96) から計算されるビリアル半径は

$$r_{\text{vir}} = \left(\frac{3M}{4\pi\bar{\rho}_0\Delta_{\text{vir}}}\right)^{1/3} \quad (5.24)$$

と計算される。

次に concentration parameter c を定義し、次のような形を考える：

$$c \equiv \frac{r_{\text{vir}}}{r_s} = \frac{c_0}{1+z} \left(\frac{M}{M_\star}\right)^{-\beta} \quad (5.25)$$

ここで、 $c_0 = 11$ 、 $\beta = 0.13$ とし、 M_\star は $\delta_c(0) = \sigma(M_\star)$ となるように決める (Coupon et al. 2012)。 $\sigma(M)$ は (2.127) で計算した揺らぎの分散である。これから M_\star を求めると、 $M_\star = 2 \times 10^{12} M_\odot/h$ となる。これらのパラメーターは、 N 体計算の結果を再現するよう選ばれている。

ハロー質量 M は

$$M = \int_0^{r_{\text{vir}}} 4\pi r^2 dr \rho_h(r|M) = \frac{4\pi\rho_s r_{\text{vir}}^3}{c^3} \left(\ln(1+c) - \frac{c}{1+c}\right) \quad (5.26)$$

と計算される (Takada & Jain 2003)。この M の定義からも分かるように、ハローモデルにおいて、ハローとは宇宙の平均密度より Δ_{vir} だけ大きい球の領域のことを言う。この式と r_{vir} の式 (5.24) から ρ_s が計算できる。また、 c の式 (5.25) から r_s が求められ、NFW 分布が計算できたことになる。

5.2 HOD の計算

ここからは、実際の計算の方法について述べる。

本研究の目的はモデルの縮退を解くことであり、先に挙げた3つのモデルの違いは $M \sim 10^{14-15} M_\odot$ 付近における HOD の振る舞いである。したがって、おおまかに言って、この質量スケールにおいて HOD が上がるのか下がるのが重要になる。そこで、ここではリッチネスとハロー質量の関係 (4.2)(4.3) を使い、それぞれのリッチネスの範囲内では N_{qso} が一定だと仮定して、リッチネスに対応した M の範囲における N_{qso} の概算値を求める。

1 halo term

$1+\xi$ の表式 (5.14) から、銀河団程度の質量 $M \simeq 10^{14-15} M_\odot$ のハローの中の銀河団の数は $N_{\text{clu}} \sim 1$ であるとし、リッチネスで区切った M の区間内では N_{qso} が一定であると近似すると

$$1 + \xi_1 = \frac{N_{\text{qso}}(M)}{n_{\text{qso}} n_{\text{clu}}} \int_{M_{\text{min}}}^{M_{\text{max}}} dM n(M, z) \rho_h(r|M) \quad (5.27)$$

と表せる。積分の中の量はすべて理論的に計算でき、分母の数密度も観測から求められるから、あとは観測から求めた w とのフィッティングを行えば N_{qso} を決めることができる。リッチネスと $M_{\text{max, min}}$ の組み合わせを記しておく。今後 $M_{\text{max, min}}$ の記号があれば、リッチネスによって表 5.1 のような対応関係をとるものとする。

リッチネス	20-40	> 40
M_{max}	$2.6 \times 10^{14} M_\odot$	$10^{15} M_\odot$
M_{min}	$7 \times 10^{13} M_\odot$	$2.6 \times 10^{14} M_\odot$

表 5.1: リッチネスと質量の積分範囲の対応関係。

分母の数密度の計算は以下のようにする。これはクエーサー (銀河団) のある z における平均の数密度であり、本研究では $0.4 < z < 0.6$ のデータを使っている。ここでは、この範囲の z でこの数密度が大きく変化しないと仮定し、観測された天体数を SDSS が観測した領域の体積で割るという計算で求めた。

$$n_{\text{qso}} = \frac{5239 \text{ 個}}{\int_{0.4}^{0.6} \frac{dV}{dz} dz \times \Omega} = 2.5 \times 10^{-6} \left(\frac{\text{Mpc}}{h} \right)^{-3} \quad (5.28)$$

$$n_{\text{clu}} = \begin{cases} \frac{31475 \text{ 個}}{\int_{0.4}^{0.6} \frac{dV}{dz} dz \times \Omega} = 1.5 \times 10^{-5} \left(\frac{\text{Mpc}}{h} \right)^{-3} & (\text{リッチネス} = 20-40) \\ \frac{2695 \text{ 個}}{\int_{0.4}^{0.6} \frac{dV}{dz} dz \times \Omega} = 1.3 \times 10^{-6} \left(\frac{\text{Mpc}}{h} \right)^{-3} & (\text{リッチネス} > 40) \end{cases} \quad (5.29)$$

ここで、 dV は単位立体角当りの体積であるから SDSS の観測した立体角 Ω をかけてある。観測した面積は 8400 平方度であるから、 $\Omega = \frac{8400}{41000} 4\pi \text{ str} = 0.82\pi \text{ str}$ である。

2 halo term

2 halo term でのバイアスの積 $b_{\text{clu}}b_{\text{qso}}$ について、クエーサーが存在する典型的なハロー質量が $M \sim 3 \times 10^{12} M_{\odot}$ であるから (Kayo & Oguri 2012)、クエーサーの平均のバイアスは $b_{\text{qso}} \sim b_h(3 \times 10^{12} M_{\odot})$ とした。銀河団については、ハローの質量関数は右下がりのため、質量が小さい方が多く、平均をとると low mass 寄りになると考えられる。したがって、銀河団に関しては区切ったリッチネスに対応する M の下限値をとることにする。すなわち、 $b_{\text{clu}} = b_h(\langle M_{\text{clu}} \rangle)$ と書いた時の $\langle M_{\text{clu}} \rangle$ は

$$\langle M_{\text{clu}} \rangle = \begin{cases} 7 \times 10^{13} M_{\odot} & (\text{richness} = 20 - 40) \\ 2.6 \times 10^{14} M_{\odot} & (\text{richness} > 40) \end{cases} \quad (5.30)$$

である。この値を用いて 2 halo term の計算を行った。

$w(\theta)$ への変換

上で計算した相関関数 $\xi(r)$ から角度相関関数 $w(\theta)$ への変換には自己相関関数の場合の (2.140) のリンバーの式を、相互相関関数の場合書き換えればよいから、

$$w(\theta) = 2 \int_{0.4}^{0.6} dx f(x)_{\text{qso}} f(x)_{\text{clu}} \int_0^{\infty} du \xi(r = \sqrt{u^2 + (x\theta)^2}) \quad (5.31)$$

となる。ここで、

$$f(x)_{\text{qso(clu)}} = \frac{n(z)_{\text{qso(clu)}}}{\int_{0.4}^{0.6} n(z)_{\text{qso(clu)}} dz} \quad (5.32)$$

$$n(z)_{\text{qso}} = \int_{10^{12} M_{\odot}}^{10^{13} M_{\odot}} n(M, z) dM \frac{dV}{dz} \quad (5.33)$$

$$n(z)_{\text{clu}} = \int_{M_{\text{min}}}^{M_{\text{max}}} n(M, z) dM \frac{dV}{dz} \quad (5.34)$$

である。

$n(z)_{\text{qso(clu)}}$ はある z における単位 z 単位立体角あたりのクエーサー (銀河団) の個数である ($n(z) = d^2 N / dz d\Omega$)。このように理論的に得られた $n(z)$ と観測から得られた $n(z)$ を比較すると、以下のようなになる (図 5.1–5.3)。クエーサーの $n(z)$ の計算はクエーサーの HOD をかけて

$$n(z)_{\text{qso}} = \int_{10^{12} M_{\odot}}^{10^{13} M_{\odot}} N_{\text{qso}} n(M, z) dM \frac{dV}{dz} \simeq N_{\text{qso}} (10^{12.5}) \int_{10^{12} M_{\odot}}^{10^{13} M_{\odot}} n(M, z) dM \frac{dV}{dz} \quad (5.35)$$

とすべきだが、 $w(\theta)$ の計算には結局 N_{qso} は規格化でキャンセルされるため、省いていたが、 $n(z)$ を計算する上では 5.3 節で述べるような方法で求めた $N(10^{12.5})_{\text{qso}}$ の値を使って、計算している。ここで、クエーサーの計算で使用した $M = 10^{12} - 10^{13} M_{\odot}$ という積分範

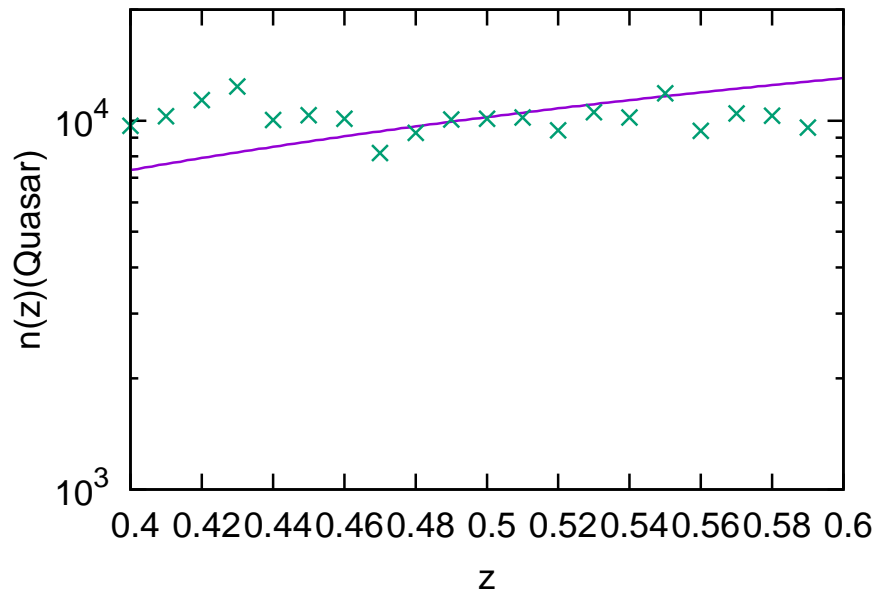


図 5.1: $n(z)_{\text{qso}}$ の理論値と観測値との比較。実線が理論値、点がデータ点である。

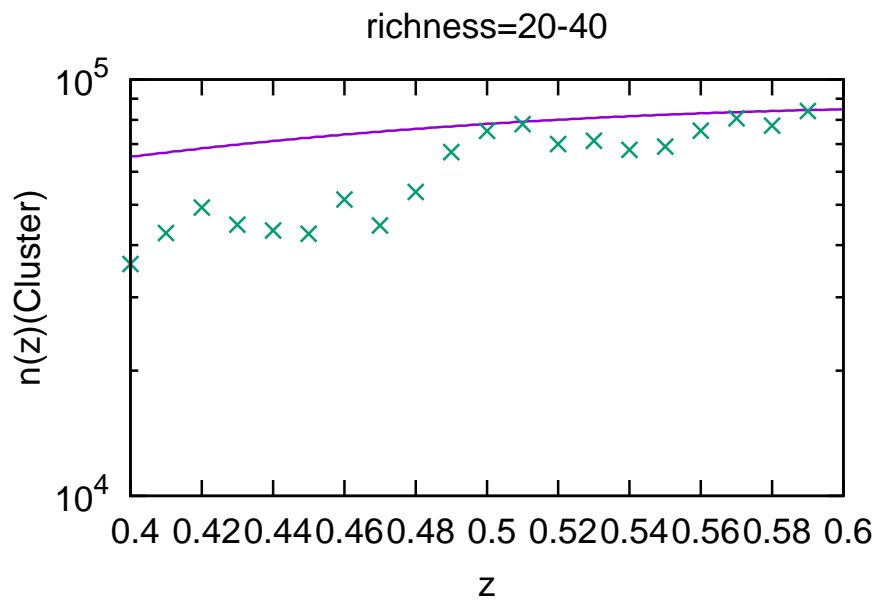


図 5.2: $n(z)_{\text{clu}}$ の理論値 (リッチネス=20-40) と観測値との比較

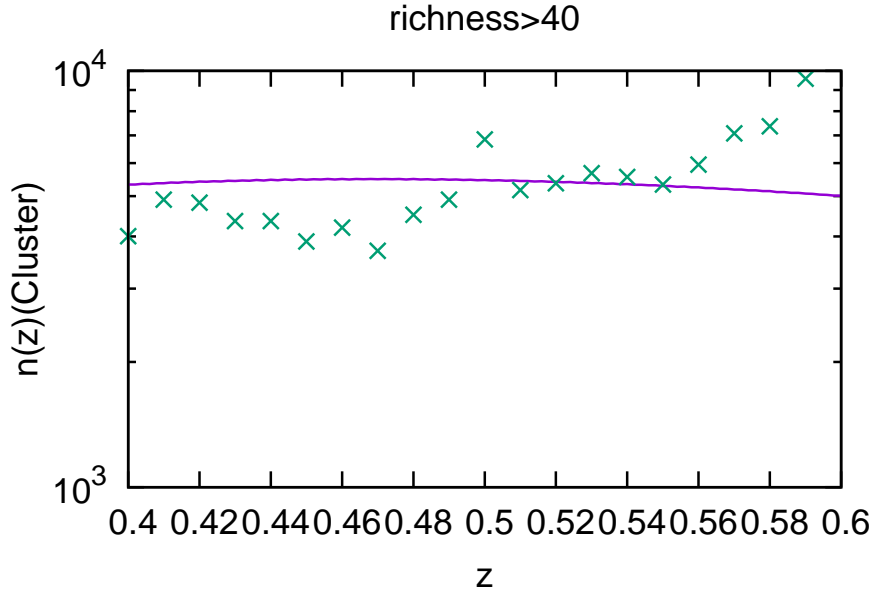


図 5.3: $n(z)_{\text{clu}}$ の理論値 (リッチネス > 40) と観測値との比較

囲は、クエーサーは存在する典型的なハロー質量は $\sim 3 \times 10^{12} M_{\odot}$ であり、クエーサーのハロー質量に対する分布のピーク幅が $\sim 10^{12} - 10^{13} M_{\odot}$ にくるためこの範囲で積分を行った (Kayo & Oguri 2012)。

また、 $n(z)_{\text{clu}}$ の値は M の積分範囲をリッチネスに対してどのようにとるかによって、変化する。ここでは、観測結果と合うように

$$\text{リッチネス } 20 - 40 \implies M = 7 \times 10^{13} \sim 2.6 \times 10^{14} M_{\odot} \quad (5.36)$$

$$\text{リッチネス } > 40 \implies M = 2.6 \times 10^{14} \sim 10^{15} M_{\odot} \quad (5.37)$$

のように値をとる。これは Oguri (2014) において弱い重力レンズで求めたハロー質量とリッチネスの関係ともコンシステントな値である。

ここで、リッチネス > 40 の $n(z)_{\text{clu}}$ は $z \sim 0.6$ で急激に増加し理論値から大きく外れている。その理由について考察する。まず、図 4.6 の測光赤方偏移と分光赤方偏移をプロットしたのを見ると、分散 σ_z は $z \gtrsim 0.6$ で大きくなっている。これは、この領域では測光観測で得られた z は分光観測で得られた z より低く見積もられていることを示している。したがって、本来は $z \gtrsim 0.6$ をもつ銀河が $z \sim 0.6$ としてカウントされているものが多いことが分かる。また、リッチネスを計算する際、 z が大きくなるにつれて、観測の限界から補正をしなければならない。これによって、リッチネスの分散 σ_N が大きくなる。リッチネス (N) とそのリッチネスをもつ銀河団の数 n の関係 dn/dN_{obs} は真の値 dn/dN と次のようなガウシアン of 畳み込みの関係にある：

$$\frac{dn}{dN_{\text{obs}}} = \int \frac{dn}{dN} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} e^{-\frac{(N-N_{\text{obs}})^2}{2\sigma_N^2}} dN \quad (5.38)$$

$n(N)$ としてスティーブな減少関数を考えれば、 σ_N が大きくなるほど、ガウシアンで重みをつけて積分したとき、 N が小さい側からの寄与が大きくなり、結果として N が大きいところでも n の値が増加する。これが $z \sim 0.6$ での値のかけ上がりが生じる理由と考えられる。本研究で用いた $n(z)$ の表式には、この効果が含まれていないため、観測結果と理論値で差が生じたと考えられる。しかしこの増加は $z \sim 0.6$ のみで見られるため、以下ではこの影響は小さいと仮定する。

リッチネス	N_{qso}	$\chi^2/\text{d.o.f.}$
20-40	$5.6 \pm 1.3 \times 10^{-3}$	28.43/11
40 以上	$2.0 \pm 0.5 \times 10^{-2}$	9.72/11

表 5.2: 得られたクエーサー HOD の結果。

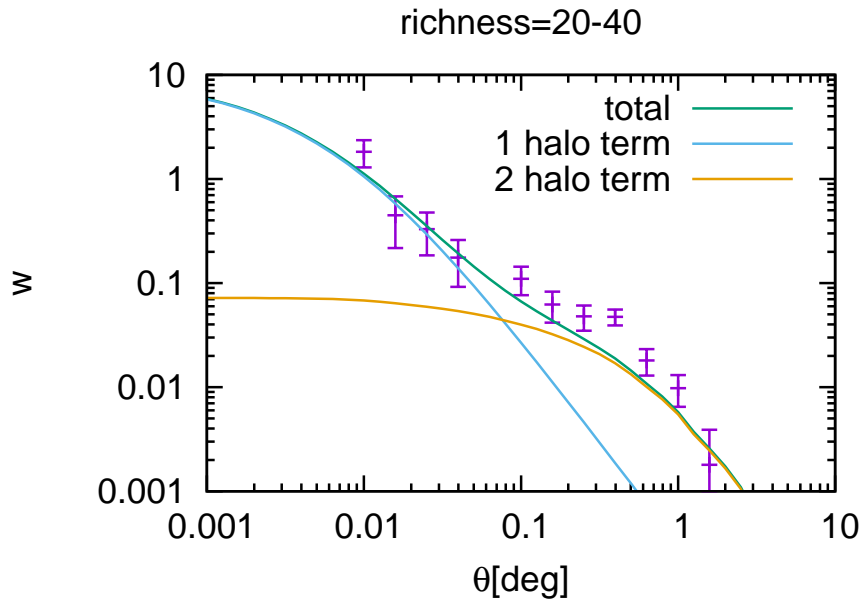


図 5.4: リッチネス=20-40 のデータ点に対するフィッティング結果。

5.3 フィッティング結果

このようにして計算した $w(\theta)$ と観測結果とのフィッティングを行い HOD を決める (図 5.3、5.4)。 χ^2 は次の式から計算する：

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{w_i - w_i(\theta_i)}{\delta w_i} \right)^2 \quad (5.39)$$

ここで、 w_i は相互相関関数の観測データ、 $w_i(\theta_i)$ はそれに対する理論値、 δw_i は誤差である。 w_i と δw_i は表 4.1 で与えられる。結果は表 5.2 のようになった。リッチネスが 20-40 の χ^2 が 40 以上のものに比べて大きいのは、20-40 のサンプルでは $w(\theta)$ の値が負になっているものがあるためである。

ここで、 $\theta \sim 10^\circ$ 付近のデータ点はノイズが大きく、さらに今使っている誤差はポアソン分布を使っているため、実際はさらに誤差は大きいと考えられる。またこの領域は 2 halo term にしか効かない部分であり、 N_{qso} を動かす今回のフィットには関係しないと考えられるから、データ点を取り除いた。

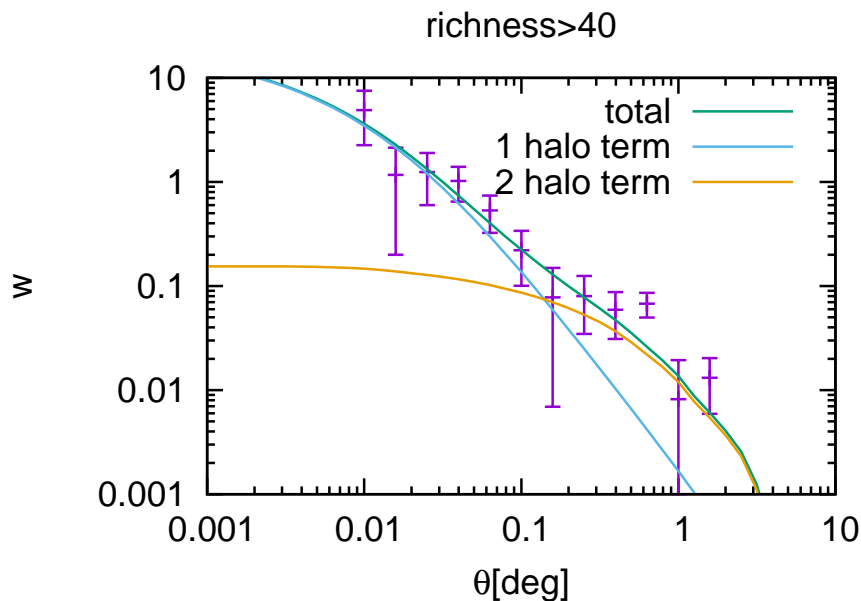


図 5.5: リッチネス >40 のデータ点に対するフィッティング結果。

得られた N_{qso} をプロットする前に、もう一点 HOD の別の点を計算して 3 点プロットしてモデルと比較する。

(5.5) から、

$$\begin{aligned}
 n_{\text{qso}} &= \int N_{\text{qso}} n(M, z) dM = \int_{10^{12} M_{\odot}}^{10^{13} M_{\odot}} N_{\text{qso}}(M \simeq 10^{12.5} M_{\odot}) n(M, z) dM \\
 &\simeq N_{\text{qso}}(10^{12.5}) n(10^{12.5}, z = 0.5) dM
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

と近似できる。第 2 式は先に議論したとおりクエーサーの典型的なハロー質量 $\simeq 3 \times 10^{12} M_{\odot}$ から $10^{12} \sim 10^{13} M_{\odot}$ の範囲での積分に近似した。一方で (5.28) から n_{qso} は求められているから、これより

$$N_{\text{qso}}(10^{12.5}) \simeq 7.9 \times 10^{-4} \tag{5.41}$$

と求められる。

上で計算した 3 つの HOD の点をプロットすると、図 5.6 のようになる。

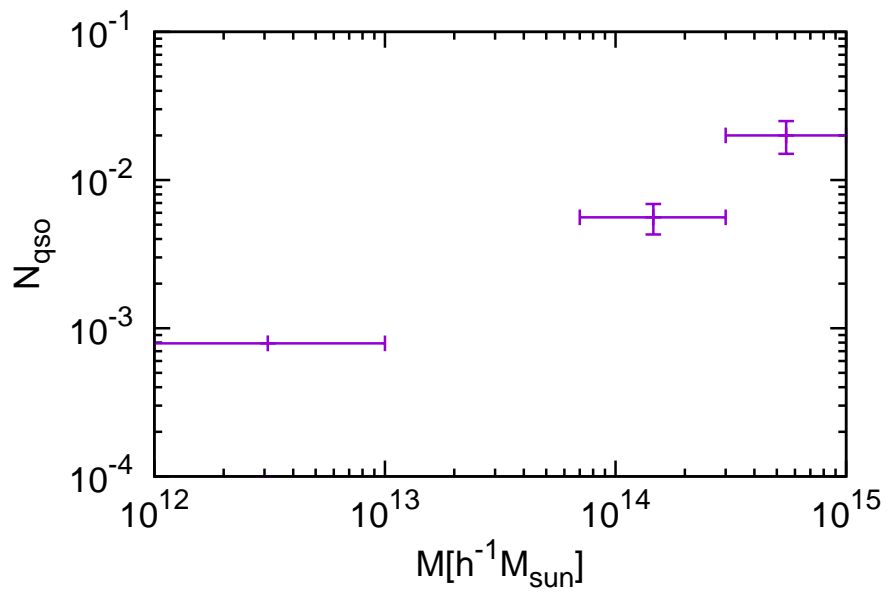


図 5.6: フィッティング結果および $N(10^{12.5})_{\text{qso}}$ の議論から得られた HOD 3点をプロットしたもの。

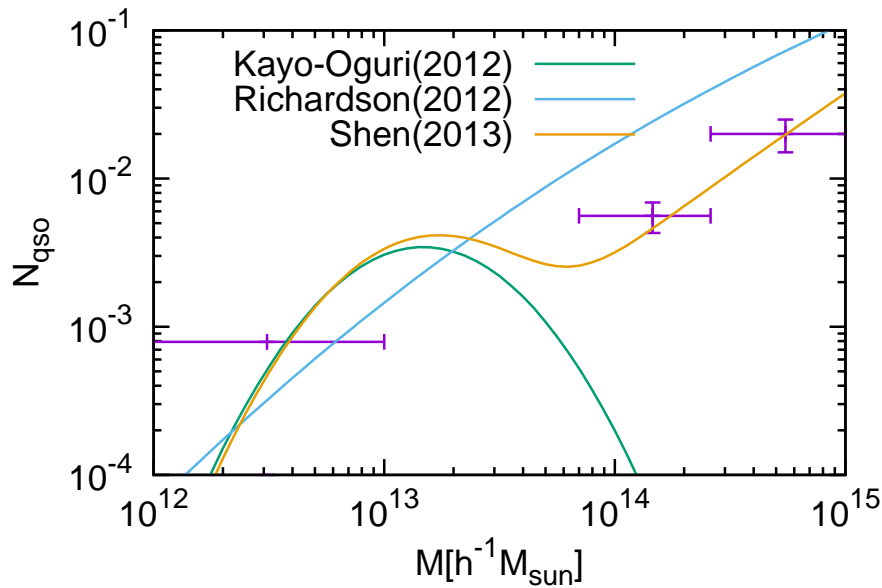


図 5.7: 得られた HOD を 3 つの HOD モデルと比較したもの (各モデルは Central+Satellite=Total の値で示してある)

5.4 モデルとの比較

次に得られた HOD と HOD モデルとの比較を行う。モデルとフィッティングから得られた HOD を重ねてプロットすると図 5.7 のようになる。この結果から分かるように、本研究で計算した値はすべて Shen モデルと合致している。どのモデルでも $N_{\text{qso}}(10^{12.5})$ の点は通っているが、HOD は $M \gtrsim 10^{14} M_{\odot}$ で右上がりなのに対し、Kayo & Oguri モデルは右下がりになっていることからこのモデルでは説明できないことが分かる。また Richardson モデルは単調増加なのに対しプロットした点は $M \gtrsim 10^{14} M_{\odot}$ で大きくずれており、これもうまく説明できているとは言えない。したがって、これら二つの折衷案である Shen モデル、すなわち、銀河団中心部ではセントラルクエーサーは存在しないが、外周部ではサテライトクエーサーは存在するというモデルが、非常にうまく観測を説明できることが分かる。

5.5 今後の改善点

以下、今後の改善点と展望を述べる。

- 銀河団中心の問題

本研究では、クエーサーが中心に存在する場合を除いて、銀河団中心がきちんと決められていることを仮定しているが、実際には違う銀河を中心銀河としてしまう場合もあり、その効果を入れて計算してみる必要があると考えられる。

- ハロー質量とリッチネスとの間の分散
図 4.9 を見ても分かるように、ハロー質量とリッチネスの間には分散があるが、本研究ではこれを無視しているため、これを考慮したときの議論をする必要があると考えられる。
- クエーサーのペアにも着目
クエーサーのペアがどんな質量のハローの中にいるかを調べることで、モデルの妥当性のクロスチェックができると考えられる。ペアはセントラルとサテライトの組がメインと考えられるため、観測されるペアは、セントラル、サテライト共にそれぞれの HOD が大きい部分に多いと予想されるからである。

第6章 結論

本研究では、銀河形成の物理過程を明らかにするべく、銀河形成に大きな役割を担うと考えられているクエーサーに着目し、その中でも HOD の考え方を取り上げ、クエーサー HOD に関するモデルの縮退を解くという目的で、以下の研究を行った。

- 提唱されているモデル (本研究で取り上げたのは以下の3例: Kayo & Oguri 2012; Richardson et al. 2012; Shen et al. 2013) は $M \sim 10^{15} M_{\odot}$ における振る舞いが異なっており、この質量スケールは銀河団の質量と同程度であるため、クエーサーと銀河団の相互相関関数に着目することで、このスケールにおける HOD の値を直接制限した。具体的には、クエーサーと銀河団の相互相関関数 $w(\theta)$ を SDSS DR7 (クエーサー) と DR8 (銀河団) の観測を使い計算した。それぞれ、分光観測、撮像観測データを用いた。 $0.4 < z < 0.6$ の領域のデータを使用し、クエーサーに関しては i バンド等級が 19.1 等より明るいものを用い、銀河団は、リッチネス 20–40 と 40 以上に分けて解析を行った。
- 観測からの相互相関関数 $w(\theta)$ の計算結果をフィットし HOD の概算値を 2 点求めた。
- $M = 10^{12} \sim 10^{13} M_{\odot}$ の質量範囲における HOD $N(10^{12.5} M_{\odot})$ を概算し、上記と合わせて HOD の概算値 3 点を得た
- この結果と HOD モデルを比較し、Shen モデルが非常によく観測を説明できることが分かった。したがって、銀河団中心部ではセントラルクエーサーは存在しないが、しかし銀河団において密度が小さくなる外周部ではガスを含む渦巻銀河などが多く観測されるようになるためサテライトクエーサーは存在していると考えられる。

謝辞

本論文の作成にあたり、終始適切な助言を賜り、また丁寧に指導して下さった大栗真宗先生に感謝いたします。ゼミなどを通じても多くのご助言を頂き、本論文を執筆する際も非常に細部にわたるご指導をいただきました。

大学院生の方々など研究室のメンバーには常に刺激的な議論を頂き、精神的にも支えられました。ありがとうございます。

最後に、指導教員である須藤靖先生には、ゼミなどを通じて非常に多くの事を教えていただき、また様々な面においてもサポートをしていただきました。ここに感謝申し上げます。

参考文献

- Aihara, H., et al. 2011, *ApJS*, 193, 29
- Bayliss M. B., Hennawi J. F., Gladders M. D., Koester B. P., Sharon K., Dahle H., Oguri M., 2011, *ApJS*, 193, 8
- Bayliss M. B., Johnson T., Gladders M. D., Sharon K., Oguri M., 2014, *ApJ*, 783, 41
- Benson, A. J., Baugh, C. M., Cole, S., Frenk, C. S., & Lacey, C. G. 2000a, *MNRAS*, 316, 107
- Benson, A. J., Cole, S., Frenk, C. S., Baugh, C. M., & Lacey, C. G. 2000b, *MNRAS*, 311, 793
- Berlind, A. A., & Weinberg, D. H. 2002, *ApJ*, 575, 587
- Berlind, A. A., et al. 2003, *ApJ*, 593, 1
- Bhattacharya et al. 2011, *AJ*, 723,122
- Blanton, M. R., Lin, H., Lupton, R. H., Maley, F. M., Young, N., Zehavi, I., & Loveday, J., 2003a, *AJ*, 125, 2276
- Blanton et al., 2005, *AJ*, 129, 2562B
- Bond, J. R., Cole S.,Efstathiou G., Kaiser N., 1991, *ApJ*, 379, 440
- Cavagnolo K. W., Donahue M., Voit G. M., Sun M., 2009, *ApJS*, 182, 12
- Cooray, A., & Sheth, R. 2002, *Phys. Rep.*, 372, 1
- Eisenstein & Hu 1998, *AJ*, 496, 605
- Fukugita, M., Ichikawa, T., Gunn, J. E., Doi, M., Shimasaku, K., & Schneider, D. P. 1996, *AJ*, 111, 1748
- Governato, F., Baugh, C. M., Frenk, C. S., Cole, S., Lacey, C. G., Quinn, T., & Stadel, J. 1998, *Nature*, 392, 359
- Gunn, J. E., et al. 1998, *AJ*, 116,3040
- Gunn, J. E., et al. 2006, *AJ*, 131,2332
- Hamilton, A. J. S., & Tegmark, M., 2004, *MNRAS*, 349, 115H
- Heymans, C., et al., 2012, *MNRAS*, 427, 146
- Jing, Y. P., Mo, H. J., & Börner, G. 1998, *ApJ*, 494, 1
- Kauffmann, G., Colberg, J. M., Diaferio, A., & White, S. D. M. 1999a, *MNRAS*, 303, 188
- . 1999b, *MNRAS*, 307, 529
- Kauffmann, G., Nusser, A., & Steinmetz, M. 1997, *MNRAS*, 286, 795
- Katsianis, A., Tescari, E. & Wyithe, J. S. B., 2013, arXiv:1312.496
- Kayo I., & Oguri M.,2012, *MNRAS*, 424, 1363

- Kitayama, T., & Suto, Y. 1996, *ApJ*, 469, 480
- Kravtsov, A. V., Berlind, A. A., Wechsler, R. H., et al. 2004, *ApJ*, 609, 35
- Landy, S. D., & Szalay, A. S. 1993, *ApJ*, 412, 64
- Limber, D. N. 1954, *ApJ*, 119, 655
- Marconi, A., & Hunt, L. K., 2003, *ApJ*, 589, L21
- Mehrtens N. et al., 2012, *MNRAS*, 423, 1024
- Mo, H. J., White, S. D. M., 1996, *MNRAS*, 282, 347
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493
- Oguri M., Bayliss M. B., Dahle H., Sharon K., Gladders M. D., Natarajan P., Hennawi J. F., Koester B. P., 2012, *MNRAS*, 420, 3213
- Oguri M., 2014, *MNRAS*, 444, 147
- Pearce, F. R., Jenkins, A., Frenk, C. S., White, S. D. M., Thomas, P. A., Couchman, H. M. P., Peacock, J. A., & Efstathiou, G. 2001, *MNRAS*, 326, 649
- Piffaretti R., Arnaud M., Pratt G. W., Pointecouteau E., Melin J.-B., 2011, *A&A*, 534, A109
- Press, W. H., & Schechter, P. 1974, *ApJ*, 187, 425
- Richards, G. T., et al. 2002, *AJ*, 123, 2945
- Richardson J., Zheng Z., Chatterjee S., Nagai D., Shen Y., 2012, *ApJ*, 755, 30
- Ross, N. P., et al., 2009, *ApJ*, 697, 1634
- Rubin, V. C., & Ford, W. K., *ApJ*, 159, 379R
- Salpeter, E.E., 1964, *ApJ*, 140, 796
- Schneider, D. P., et al. 2010, *AJ*, 139, 2360
- Shen Y., et al., 2013, *ApJ*, 778, 98
- Sheth, R. K., & Diaferio, A. 2001, *MNRAS*, 322, 901
- Sheth, R. K., & Tormen, G. 1999, *MNRAS*, 308, 119
- Sheth, R. K., Mo, H. J., & Tormen, G. 2001, *MNRAS*, 323, 1
- Somerville, R. S., Lemson, G., Sigad, Y., Dekel, A., Kauffmann, G., & White, S. D. M. 2001, *MNRAS*, 320, 289
- Springel, V. et al., 2005, *Nature*, 7042, 629
- Swanson M. E. C., Tegmark M., Hamilton A. J. S., Hill J. C., 2008, *MNRAS*, 387, 1391
- Takada, M., & Jain, B. 2003, *MNRAS*, 344, 857
- Tinker, J. L., Weinberg, D. H., Zheng, Z., & Zehavi, I. 2005, *ApJ*, 631, 41
- Wechsler, R. H., Somerville, R. S., Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Primack, J. R., Blumenthal, G. R., & Dekel, A. 2001, *ApJ*, 554, 85
- Weinberg, N. N., & Kamionkowski, M. 2003, *MNRAS*, 341, 251
- White, M., Hernquist, L., & Springel, V. 2001, *ApJ*, 550, L129
- Yoshikawa, K., Taruya, A., Jing, Y. P., & Suto, Y. 2001, *ApJ*, 558, 520
- Zel'dovich, Ya.B., & Novikov, I.D., 1964, *Sov. Phys. Dokl.*, 158, 811
- Zheng, Z., Berling, A. A., Weinberg, D. H., et al. 2005, *ApJ*, 633, 791
- Zheng, Z., Coil, A. L., & Zehavi, I. 2007, *ApJ*, 667, 760

Zwicky, F., 1933, *Helv. Phys. Acta.* 6, 110