

# M 1 理論演習 『恒星』

## 第八回まとめ

2011/06/16

岡アキラ

### 概要

第八回は、3章を読む。はじめに、前回導いた方程式をまとめて、そこから星の大まかな性質を説明する。3章2節では星内部で起こる核融合反応について学ぶ。3章3節では、主系列星がどのように誕生するのかを調べ、3章4節では、主系列星の寿命について学ぶ。

### エネルギー保存則

星の内部で、中心からの距離が  $r$  の球と  $r + dr$  の球に挟まれた球殻で成り立つエネルギー保存則は、

$$T \frac{dS}{dt} dM_r = L_r - (L_r + dL_r) + (\epsilon_n - \epsilon_\nu) dM_r$$

で与えられる。ここで、 $\epsilon_n$  は原子核反応によって生み出される単位質量あたりのエネルギー、 $\epsilon_\nu$  はニュートリノが持ち去るエネルギーである。

### ニュートリノの発生機構

ニュートリノの発生機構は以下の通りである。

- 対消滅： $T > 10^9 K$  では、電子陽電子対消滅にともなって、電子ニュートリノ、反電子ニュートリノが生成される。
- 光：コンプトン散乱において、光が散乱される代わりに、電子ニュートリノ、反電子ニュートリノが生成される。
- 制動放射：制動放射において、光が放出される代わりに、電子ニュートリノ、反電子ニュートリノが生成される。
- プラズマ：プラズマ中を伝搬する光は  $\hbar\omega_p/c^2$  を静止質量とする粒子（プラズモン）だとみなすことができる。プラズモンが崩壊して、電子ニュートリノ、反電子ニュートリノが生成される。

ニュートリノがエネルギーを持ち去る影響が効いてくるのは、図 3.5 (テキスト 144 p) より、主系列星よりもはるかに高温高密度状態の星に対してのみであることがわかる。また、さらに、進化の進んだ星では、ウルカ過程と呼ばれる、原子核の電子捕獲と  $\beta$  崩壊が続けて起こることにより、電子ニュートリノ、反電子ニュートリノが生成される現象が重要になる。

## 基礎方程式まとめ

以上の議論で得られた基礎方程式は、

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dM_r} &= \frac{GM_r}{4\pi r^2} \\ \frac{dr}{dM_r} &= \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \\ \frac{dT}{dM_r} &= -\frac{GM_r T}{4\pi r^4 P} \nabla_T \\ \frac{dL_r}{M_r} &= \epsilon_n - \epsilon_\nu + \epsilon_g\end{aligned}$$

である。上から順に、静水圧平衡の式、 $r$  と  $M_r$  の変数変換の式、エネルギー輸送の式、エネルギー保存則を表している。適当な境界条件と元素組成が与えられれば、これらの式を解いて星の内部構造を調べることができる。

静水圧平衡の式において、星の中心の圧力  $P_c$  はおおよそ、

$$P_c \propto \bar{\rho} M/R$$

と言う形をしている。星の中心でガスが理想気体であると仮定すると、状態方程式より、

$$T_c \propto \mu M/R$$

と評価できる。ここで、 $\mu$  は平均分子量である。このとき、エネルギー輸送の式で、放射によってエネルギーが運ばれる場合を考えると、

$$L \propto R^4 T^4 / \kappa M \propto \mu^4 M^4 / \kappa$$

となる。大質量星 ( $> 10M_\odot$ ) の主系列星では、電子散乱による不透明度が効いてくるので、

$$L_B \propto \mu^4 M^3$$

となり、クラマース型の不透明度が効いてくる中小質量星では、

$$L_s \propto \mu^{7.5} M^{5.5} R^{-0.5}$$

となり、中小質量星の光度の方が大質量星の光度よりも質量依存性が大きいことがわかる。

## 核反応率の一般論

原子核の衝突反応は、それぞれの原子核の持つ電荷によって生じるクーロンポテンシャル (1MeV) よりも原子核の熱運動エネルギーが高いときでないと起こらない。そして、星の内部では、1 ~ 10keV の熱エネルギー (クーロンポテンシャル) しか持つことができない。そのため、星の内部での原子核衝突反応はトンネル効果によってのみ生じる。その単位体積、単位時間あたりの反応確率  $r$  は、

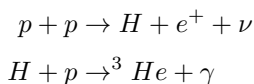
$$r = \frac{N_a N_b}{1 + \delta_{ab}} \langle \sigma_{ab} v \rangle$$

で与えられる。ここで、 $N$  は単位体積あたりの原子核の数で、 $\delta$  は原子核の種類が同じとき 1、異なるとき 0 をとるものとし、 $\sigma_{ab}$  は原子核反応断面積、 $v$  は原子核の相対速度である。

星中心部では、自由電子が存在するので、反応に効くクーロンポテンシャルは、電子遮蔽効果によって原子核の持つ電荷により生じるクーロンポテンシャルより小さくなることに注意する。

## pp チェイン

pp チェインは、温度が  $10^7$  K 程度の主系列星の中心で起こる反応である。はじめに律速段階である pp 反応



が起こり、続いてヘリウム 3 が二つ融合してヘリウム 4 を生み出す pp1 反応、一度ベリリウム 7 を作り、電子捕獲反応を通じてリチウム 7 となり陽子と反応してヘリウム 4 を生み出す pp2 反応、ベリリウム 7 が陽子と反応してホウ素 8 となり、ベータ崩壊を通じてベリリウム 8 を作り、それがヘリウム 4 を生み出す pp3 反応の 3 つの過程がそれぞれ起こる。

pp チェインによるエネルギー発生率は温度の 4 乗程度に比例する。

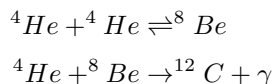
## CNO サイクル

CNO サイクルは、温度が  $10^7$  K 程度の主系列星の中心で起こる、炭素、窒素、酸素が触媒のような働きをすることで、陽子がヘリウム原子核に変わる反応である。

CNO サイクルによるエネルギー発生率は温度の 20 乗程度に比例する。したがって、比較的中心温度の高い大質量星では CNO サイクル、比較的中心温度の低い小質量星では pp チェインによる反応がおもに起きていることがわかる。

## ヘリウム燃焼反応以後の燃焼反応

温度が  $10^8\text{K}$  程度になると、ヘリウム原子核三つが融合して炭素原子核を作る、トリプルアルファ反応がおこる。トリプルアルファ反応は、



と言う二段階の反応である。トリプルアルファ反応で  $1\text{g}$  のヘリウムが炭素に変わる際に発生するエネルギーは  $6 \times 10^{17}\text{erg}$  である。これは、水素燃焼反応 (pp チェイン、CNO サイクル) の約  $1/10$  程度である。

さらに温度が上昇すると、以下の表のような反応が起こる。生み出されるエネルギーはいずれも、 $1\text{g}$  の燃料から  $10^{17}\text{erg}$  程度である。

温度 ( $10^8\text{K}$ )	燃料	生成物
6-7	C	O,Ne,Mg
15	Ne	Mg
20	O	Si,S,Ca
30	Si	Fe

炭素燃焼以後の燃焼反応では、温度が非常に高いので、ニュートリノが多く発生し、エネルギーを星の外へ持ち出してしまう。

## 前主系列星

恒星はいかにして生まれるのか、と一言を簡単に調べる。

宇宙でガスが集まり星ができてはじめるとき、密度が高い部分を中心として、重力崩壊が起こる。重力崩壊が進み、静水圧平衡となったとき、高温の原始星が誕生する。周りのガスが原始星に降り積もることで、原始星はさらに質量を獲得する。このとき、質量の降着によって重力エネルギーが解放され一部は星の熱エネルギーに変わり、残りは、

$$L \sim \frac{GM\dot{M}}{R} \sim 3 \times 10^2 \frac{M}{M_{\odot}} \frac{\dot{M}}{10^{-5}M_{\odot}\text{year}^{-1}} \frac{R_{\odot}}{R} L_{\odot}$$

だけ星の外部へ放出される。ある時点で、強い質量放出が起こり、星の周りのガスが吹き飛ばされ、質量降着が終わる。この瞬間から重力収縮によって主系列星へ進化するまでの間の星を前主系列星と呼ぶ。前主系列星と主系列星は、星の中心部で水素燃焼反応が起こっているかどうかで判断する。前主系列星は中心温度が高くなく、水素燃焼反応が起こらない。また、 $M \sim 8M_{\odot}$  以上では、急速な質量降着によって、原始星の段階で中心温度が  $10^7\text{K}$  以上となっており、質量降着が終了した時点で、すでに主系列星となっている。そのため、この場合、前主系列星段階は存在しない。

## 主系列星の寿命

主系列星では、星中心で核融合によって発生するエネルギーと星表面から放出されるエネルギーが釣り合っている。核融合により、発生するエネルギーは  $\epsilon \propto \rho T^\nu$  なので、エネルギーの収支は、

$$L \sim \bar{\epsilon}_n M \propto M \frac{M}{R^3} \frac{M^\nu}{R^\nu}$$

となる。 $\nu = 16$  という値がよく用いられ、このとき、

$$L \sim \frac{M^{18}}{R^{19}}$$

が得られる。さらに、大質量星では  $L_B \propto M^3$  なので、 $R \propto M^{0.8}$ 、中小質量星では、 $L_s \propto M^{5.5}/R^{0.5}$  なので、 $R \propto M^{0.7}$  となる。これから、 $\bar{\rho} = M/R^3$  はおよそ  $M^{-1}$  に比例することがわかる。さらに、 $T_c \propto M/R \propto M^{0.2 \sim 0.3}$  より、質量の大きな星ほど中心温度が高いことがわかる。このこととエネルギー発生率の温度依存性から、質量の大きな星では CNO サイクルが、中小質量星では pp チェインが主たるエネルギー供給源となっていることがわかる。

主系列星の段階は、中心付近のおよそ 10% の質量の水素が全てヘリウムに変わるまで続く。したがって、主系列星の寿命  $\tau$  は、

$$\tau \sim \frac{0.1 \times 0.007 M c^2}{L} \sim 10^{10} \frac{M/M_\odot}{L/L_\odot}$$

程度である。ここで、0.007 は水素が燃焼してヘリウムに変わるときのエネルギー変換効率を表している。

$L \propto M^a$ , ( $a = 1 \sim 5$ ) 程度なので、結局、主系列星は質量の大きな星ほど寿命が短いことがわかる。このことから星団の年齢を決定することができる。