

Carbon Monoxide in Collapsing Interstellar Clouds

T. DeJong, Shih-I Chu, and A. Dargarno (1975) Date '16. 6. 20 No. 1

Outline

① 分子雲の密度分布の違いがどうなれば CO 特性の line profile, line ratio が異なるか? を論じた論文。

- 単純に、密度が違う。

↓

collision rate が違う

↓

遷移確率が違う

(各遷移毎)

↓

optical depth が違う

↓
 (T が高ければ熱平衡に近づく)
 T が低ければ非平衡)

↓

level population が違う

↓

各準位に落ちる line の強度が違う \Rightarrow line ratio が違うはず。

- 分子雲の密度分布が違う

↓

CO の速度の複数方向成分が違う

↓

線幅がちがう。土記の議論と組合せば、line profile がちがうはず。

cloud 半径

○ model A: $n(r) = \text{const.}$, $v(r) = r v / R$ "collapsing in free fall"
 ○ model B: $n(r) = \frac{n}{3} (r/R)^2$, $v(r) = V$ "isothermal collapse"

結論 model A の方が観測をよく再現している (Fig 4, Fig 7) が。

density gradient が"あらわ"より観測を再現できている

($^{12}\text{CO}/^{13}\text{CO}$ や $^{12}\text{CO}(2-1)/^{12}\text{CO}(1-0)$ が観測より低)

→ 結局、density gradient, velocity gradient どちらも重要。

(ABST, I, Introduction 四名)

II. Multi-level Line Transfer

… non-LTE を仮定して統計的平衡の式を立て ← level population を得るために
escape probability B_{ij} を計算 ← T_{ij} を得るために

この論文では分子雲は半径 R の球で、中心から r ($< R$) における、
準位 i における CO 分子の密度を $n_i(r)$ cm⁻³ とする。

- 統計的平衡の式は

$$n_i(r) \sum_{j \neq i} P_{ij}(r) = \sum_{j \neq i} n_j(r) P_{ji}(r), \quad (i > j) \quad (1)$$

下の準位から上へ遷る分 上の準位から下へ遷る分

$$P_{ij}(r) = B_{ij} \langle J_{ij}(r) \rangle + C_{ij}(r) \quad (2)$$

$$P_{ji}(r) = A_{ji} + B_{ji} \langle J_{ji}(r) \rangle + C_{ji}(r)$$

* 論文では (1) に $j > i$ を誤る

$$P_{ij}(r) = A_{ij} + B_{ij} \langle J_{ij}(r) \rangle + C_{ij}(r) \quad (i > j) \quad (2)$$

$$= B_{ij} \langle J_{ji}(r) \rangle + C_{ij}(r) \quad (i < j)$$

として、(1) と (2) が同じになる。

Einstein の A 係数は自然遷移、B は誘導。

C_{ij} は実下り係数 (i > j) か、復元実効起係数 (i < j)。

復元実効起係数の粒子の数密度 n を乗じて $n C_{ij}$ と表す方が一般的かも?

今は n がかかるべきだ能定義されています。

$\langle J_{ij}(r) \rangle$ は点 r における、準位 i と j 間に相手するエネルギーをもつ光子の平均輻射場。

$$\langle J_{ij}(r) \rangle = \int k_{ij}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) S_{ij}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3)$$

カーネル関数, source function

Cloud の端で $\langle J_{ij}(r) \rangle = B_{ij} (T_{BB} = 2.7 K)$ で外場と接続します。

- 輻射輸送方程式を考えるために、(inprofile)をまず考える。

分子輝線の線幅には熱運動による広がりのみでて説明できず、半径 R 。

⇒ 乱流や、系統的運動に半径付けが必要。

(個々の乱流要素の奇偶の和が、輝線輪廊を形成する)

~数100km/s.

媒質中に大きな速度勾配があり、turbulent velocity V に対して
分子の thermal velocity v_t も十分小さいとす。

cloud の半径 R とする。

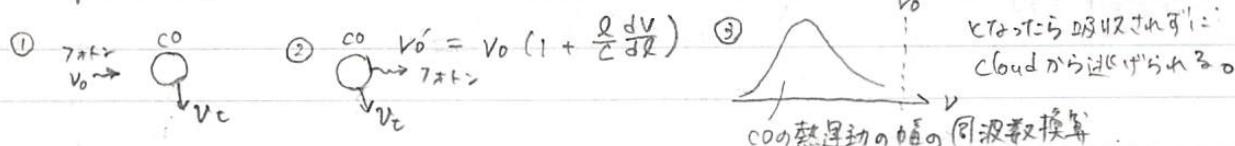
分子から放射された光子の平均自由行程は
cloud 中の $l \sim \frac{v_t}{V} R \ll R$

$$\leftarrow \frac{v_t}{l} \sim \frac{V}{R} \text{ (速度勾配 const.)}$$

+ $v_t \ll V$ かつ

程度でしかなく、この短い距離と程度で分子(今はCO)に吸収される。

次に再放射された時には熱運動に因る輝線の中心波長が
移動する。これをくりかえすと、振動等のずれが、熱運動による線幅を
広げ、もはや吸収されなくなる。



LVGFではいかが高くても CO 輝線は脱出できる。

△逃げ

χ_{ij} 及環境では R, T の角から得られた $\langle J_{ij}(r) \rangle$ は、

$$\langle J_{ij}(r) \rangle = [1 - \beta_{ij}(r)] S_{ij}(r) + \beta_{ij}(r) B_{ij}(v_{ij}, T_{BB}) \quad (4)$$

↑ escape probability.

と書ける(see, 導出, はいの)

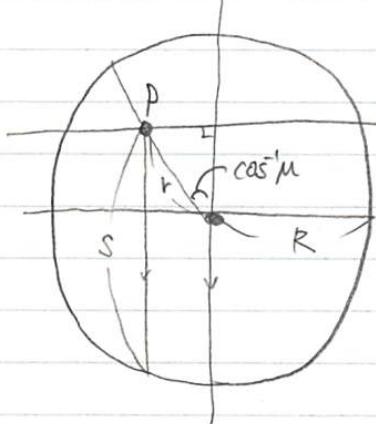
↑ 云々

$\beta \rightarrow 1$ なら、CO から放射された光子は全て外に逃げる。軸射場は CMB のみ。

$\beta \rightarrow 0$ なら、CO からの再放射も軸射場に寄与する。source function の項が支かく。

2. source function は (4) 式の様に書ける (see 導出)。

これは escape probability を求めればよい。



点Pの様な点Pから放射されてアストンの optical depth は、

$$t(v, r, \mu) = \int k_0(r, s, \mu) \phi [v - v_0 + \frac{v_0 s}{c} \frac{dv_0}{ds}(r, \mu)] ds, \quad (6)$$

と書ける。

ここで、 k_0 は

速度勾配による

周波数のずれ。

$$\left(\frac{dv_0}{ds} = \text{const.} \right)$$

$$k_0(r, s, \mu) = \frac{h v_0}{4\pi} (n_j B_{ji} - n_i B_{ij}) \quad (7)$$

$\overbrace{\quad \quad \quad}^{\text{ここで } r, \mu, s \text{ の関係}}$

Observer

もし速度勾配が非常に大きければ、フォトンの周波数は一気にずれて

吸収するにかかる距離 $s=0$ で "line profile" となる。

\rightarrow μ の実数で"もなくなっている。何を意味しているか、今回は一度密度 or $n \propto r^{-2}$

$$t(v, r, \mu) = k_0(r) \int_0^\infty \phi \left(v - v_0 + \frac{v_0 s}{c} \frac{dv_0}{ds} \right) ds$$

$\overbrace{\quad \quad \quad}^{\text{せば。}}$

$$\text{"}, \quad x = v_0 - v, \quad x' = -x + \alpha_0 v_0 s/c, \quad \phi(x, \mu) = dv_0/ds \leftarrow \text{④ } \phi(s=0) \text{ とすると}$$

$$s: 0 \rightarrow \infty \quad x: -x \rightarrow \infty \quad ds = \frac{c}{\alpha_0 v_0} dx' \quad t(x, \mu)$$

$$t(v, r, \mu) = \underbrace{k_0(r)}_{\text{ここで}} \frac{c}{\alpha_0 v_0} \int_{-x}^{+\infty} \phi(x') dx' \quad (8)$$

"中性"、点Pから放射されたアストンの optical depth 。

Tから、CO輝線の escape probability (2), 全立体角方向で平均化 (T=

$$\beta(r) = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi(x) \exp[-t(x, r, \mu)] \quad (9)$$

算出式をみてみると、

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d\mu \left\{ \frac{1 - \exp[-\tau(r, \mu)]}{\tau(r, \mu)} \right\}, \quad (10)$$

$$\tau(r, \mu) = k_0(r) \frac{c}{v_0} \frac{1}{\alpha_0(r, \mu)} \quad (\text{ここで } \tau \neq 0)$$

- 末尾速度勾配については 球対称の場合

$$U_s = U(r)\mu, \quad s = r\mu, \quad r^2 - s^2 = \text{const.} \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{dr}{ds} = \frac{s}{r} = \mu, \quad \frac{d\mu}{ds} = \frac{1}{r}(1-\mu^2) \quad \text{TLの式}$$

$$\frac{dU_s}{ds} = \frac{dU(r)}{ds} \mu + U(r) \frac{d\mu}{ds} = \frac{dU(r)}{dr} \frac{dr}{ds} \mu + U(r) \frac{1}{r}(1-\mu^2)$$

$$= \mu^2 \frac{dU(r)}{dr} + (1-\mu^2) \frac{U(r)}{r} \quad (= \alpha_0) \quad \text{(ii)}$$

以上の取り扱いによって輪射革命送をとくことなく，level population を計算できる。

IVで "C_{ij}を決めれば"

III Cloud Models

2つのモデルを考る。共通 (1) のは、

乱流速度 V , 半径 R , 球対称, 溫度一定, いわゆる現実的ではない。

② Model A (cloud A) 一様密度, 先行研究の近似もこの下にし先行研究は平行平板で、今回は球。

$$n = \text{const.} \quad (free fall time)^{-1} \quad \leftarrow n \text{ は } n(H_2)$$

$$v(r) = \left(\frac{2GM}{r^3} \right)^{1/2} r \equiv V \frac{r}{R},$$

$$\tau_{ij} = \frac{A_{ij} c^3 n_i}{8\pi v_{ij}^3} \left(\frac{n_j g_i}{n_i g_j} - 1 \right) \frac{R}{V} \quad (13)$$

$$\beta_{ij} = \frac{1 - \exp(-\tau_{ij})}{\tau_{ij}} \quad \text{積分できる。}$$

③ Model B (cloud B) 寒温球 (singular isothermal sphere)

$$n(r) = \frac{1}{3} n \left(\frac{r}{R} \right)^{-2} \quad \leftarrow \text{poisson eq. } \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dp}{dr} \right) = -4\pi G \rho^2$$

の解の形。 $M_r \propto r^2$ "質量が" 今回この形。

$$v(r) = V \quad (14)$$

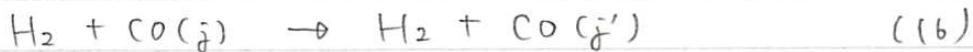
$$\beta_{ij} = \int_0^1 d\mu \frac{1 - \exp(-\tau_{ij})}{\tau_{ij}} \quad (15) \quad \leftarrow \text{半分で計算。}$$

IV. Collision Cross Section

Date 16. 6. 20 No. 7

C_{ij} of eq. (2) を求めには必要。
衝突率相手は主に H_2 。

* 落射則では $\Delta J = \pm 1$ しか許されていない
放射はこれに従うが、衝突では実現されない。



cross section を $G(j-j')$ とする。

1973, 1974で用いられた G の値は平行である。

で、著者らが使ったのは Green & Thaddeus (1975) $j, j' \leq 5$

$T = 20$ まで "出でたが、 $T = 0$ ", K まで "付す" で $T = 0$

rate coefficient $K_{jj'}$ は (17) 式の様に $T = 0$

$$\rightarrow K_{jj'} = a(\Delta j) \frac{g_j}{g_{j'}} \left(1 + \frac{\Delta E_{jj'}}{kT} \right) \exp \left[-b(\Delta j) \left(\frac{\Delta E_{jj'}}{kT} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (17)$$

$G = n K_{jj'}$ で $\Delta j = j - j'$, $\Delta E_{jj'} = 2hB [j(j+1) - j'(j'+1)]$

Fig. 1 では $\Delta j = 1$ の時しか書いてないが、今後の議論では $\Delta j = 2$ が大事。

B は回転定数。
 $B = \frac{h}{8\pi^2 I}$ 回転角速度の
 慣性モーメント
 $E = J(J+1)Bh$

12C16O は
 $B = 57.6 \text{ MHz}$
 13C16O は
 $B = 56.2 \text{ MHz}$

TABLE 1

CONSTANTS IN THE REPRESENTATION (17) OF THE COLLISION RATE COEFFICIENTS $K(j-j')$

$j-j'$	$a(\text{cm}^3 \text{s}^{-1}) \times 10^{10}$	b
1.....	1.66	1.67
2.....	2.80	1.47
3.....	1.19	1.85
4.....	1.00	1.55
5.....	1.30	2.24

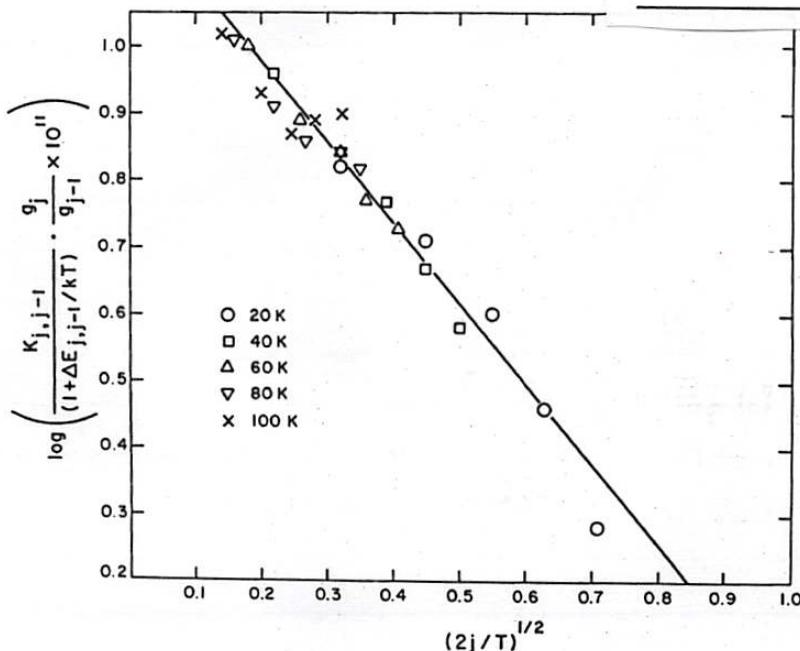


FIG. 1.—Fit of the rate coefficients $K_{jj'}$ according to eq. (17) for $\Delta j = j - j' = 1$

$$\begin{aligned} & a(2) \exp(-b(2) \Delta E(2,0)) \\ & a(1) \exp(-b(1) \Delta E(1,0)) \end{aligned}$$

$$\approx 1.69$$

2-0 の遷移率

同様に

$$\frac{(3-0)}{(1-0)}$$

一番起りやすい。

定性的説明は

$$T_2 \gg T_0$$

$$\frac{(4-0)}{(1-0)} = 0.60$$

$$\frac{(5-0)}{(1-0)} = 0.78$$

V Numerical Results

(1) 式を行列反転させて numerical で解く。
 $n(H_2), T, V/R$ などで
 $\rightarrow n_j$ を得る事が出来ます (Table 2) $\left(A_{j,j-1}, B_{j,j-1} \text{ など}\right)$

J にそれを使って energy loss rate (放射による) E 計算です。

$$\frac{dE_{j,j-1}}{dt} = 2h\bar{B}n_j A_{j,j-1} \beta_{j,j-1} \times \left[\frac{S_{j,j-1} - B(v_{j,j-1}, T_{BB})}{S_{j,j-1}} \right] \quad (18)$$

↓ escape probability ↓ BBR
 ↓ $J(J+1)Bh - (J-1)JBh$
 $= 2JBh$
 ↓ 頭等放射は
 工率キー損失は
 つまりの A の H

↓ Back ground に対する損失率。
 $n(r) T = c$

model A は一様密度なので どうぞ (A) が、model B は T や β が r の関数。

T から平均化して量で比較です。

$$\langle \frac{dE}{dt} \rangle = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R 4\pi r^2 \frac{dE(r)}{dt} dr \quad (17)$$

$$= 3 \int_0^1 \rho^2 \frac{dE(r)}{dt} d\rho, \quad \rho = \frac{r}{R} \quad (19)$$

また model A を先行研究と比較。

TABLE 2
 LEVEL POPULATIONS n_j AND ENERGY LOSS RATES dE/dt IN UNITS OF $EV/R = \frac{3}{4}n(H_2) kTV/R$ IN
 MOLECULAR CLOUDS WITH $n(H_2) = 2 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$, $T = 25 \text{ K}$, AND $V/R = 6 \text{ km s}^{-1} \text{ pc}^{-1}$

j	DE JONG et al.		GOLDRICH AND KWAN		SCOVILLE AND SOLOMON	
	$n_j (\text{cm}^{-3})$	$(R/EV)dE/dt$	$n_j (\text{cm}^{-3})$	$(R/EV)dE/dt$	$n_j (\text{cm}^{-3})$	$(R/EV)dE/dt$
0.....	6.56-2*	..	6.55-2	..	6.47-2	..
1.....	1.57-1	0.04	1.57-1	0.04	1.55-1	0.01
2.....	1.68-1	0.30	1.67-1	0.30	1.66-1	0.10
3.....	1.20-1	0.89	1.20-1	0.89	1.19-1	0.30
4.....	6.21-2	1.82	6.21-1	1.83	6.28-2	0.62
5.....	2.26-2	2.79	2.3-2	2.84	2.46-2	1.04
6.....	4.33-3	2.64	4.8-3	3.00	6.52-3	1.32
7.....	2.28-4	1.01	DeJong et al. rate	4.2-4	7.17-4	0.89
8.....	8.32-6	0.13	rate	3.5-5	1.81-5	0.20
9.....	3.04-7	0.01	rate	3-6	5.93-7	0.02
10.....	9.21-9	0.00	rate	0	1.65-8	0.00
Total.....		9.63		11.04		4.50

* Powers of 10.

但し j では TE に近いので collision は関係ない。

(collision によっても停在数に影響 (72))

V. Numerical results

① low j で起つていいよこと

VI章でも説明されたが、TEの時は確実に来たフォトンを逃がすことなく吸収し、再放射なしで操作ができます、そういう状態。 $\Rightarrow T \ll \text{高}$ 。

$$\text{E} \rightarrow \text{E}' \text{ にもかかわらず } \frac{dE}{dt} > 0$$

TEのみで累積放射、BGからの寄りは無くてます。

$$T_{\text{E}} \text{ のままで } T = \text{const.}, \\ T = 8^{\circ}\text{K} \text{ など。}$$

$$\frac{dE_{j,j-1}}{dt} = 4\pi B(v_{j,j-1}, T) \frac{V}{R} \frac{v_{j,j-1}}{c} \quad (20)$$

もし γ collision rate と独立にかけば

② high j で TE で $T \ll \text{高}$ で $T < 1, \beta \sim 1$ (18) 通り

$$\frac{dE_{j,j-1}}{dt} = 2hB_j n_j A_{j,j-1} \quad (21) \quad \rightarrow [] \text{ の裏には } h \cdot c \cdot T = (\text{言及ない})$$

ここで、radiation field に対する初期起因

(高いエネルギー - ポーラ化率 α の j) 対応かず、従来実験が優勢

$$n_j A_{j,j-1} \sim \sum_{j' < j} n_{j'} C_{j',j} \quad (22)$$

より下の準位からたてき上げられる rate

$T \ll \text{高}$ (21) 通り

$$\frac{dE_{j,j-1}}{dt} \sim 2hB_j \sum_{j' < j} n_{j'} C_{j',j} \quad (23)$$

もし γ collision rate の 廉価化 通り。

ま、これは cooling rate を VI で計算する準備。

VI Carbon monoxide Cooling

cooling の total rate を求める $T = 0$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_j \frac{dE_{j,j-1}}{dt}$$

- $T \uparrow \uparrow \Rightarrow \frac{dE}{dt} \uparrow \uparrow$
 $\Rightarrow B(T), C_{jj'} \text{ 要る}$
 $T \text{ が上がる} \Rightarrow \text{上がる} \text{ から}$

• low- n 例:

density distribution
 遠いからよくあらわれて。
 $V/R = 1$ はまだよくよくない。
 $\propto T, \beta$ などに奇数
 \downarrow
 optically thin.
 \Rightarrow 密度の奇数が現れる。
 model の違いとてある。
 いてい。

かつ、 $T_i = \text{定数}$

\downarrow
 population (は BBR が)
 立つ。 $\Rightarrow TE$.

collision の影響が見えてくる。

密度上昇が起り \rightarrow radiative decay

$$\frac{dE}{dt} = hB \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{j' > j} n_j(T_{BB}) C_{jj'} [j'(j'+1) - j(j+1)] \quad (24)$$

① low density $\propto X(CO) n^2(H_2)$

$$\frac{dE}{dt} \approx \sum_{j=1}^{j_m} 4\pi B(v_{j,j-1}, T) \frac{V}{R} \frac{V_{j,j-1}}{c} \quad (25)$$

$$\sim \sum_{j=1}^{j_m} \frac{64\pi}{c^3} B^3 k T j^3 \frac{V}{R}$$

$$= \frac{16\pi}{c^3} B^3 k T \frac{V}{R} \frac{1}{j_m^2} (j_m + 1)^2 \quad (26)$$

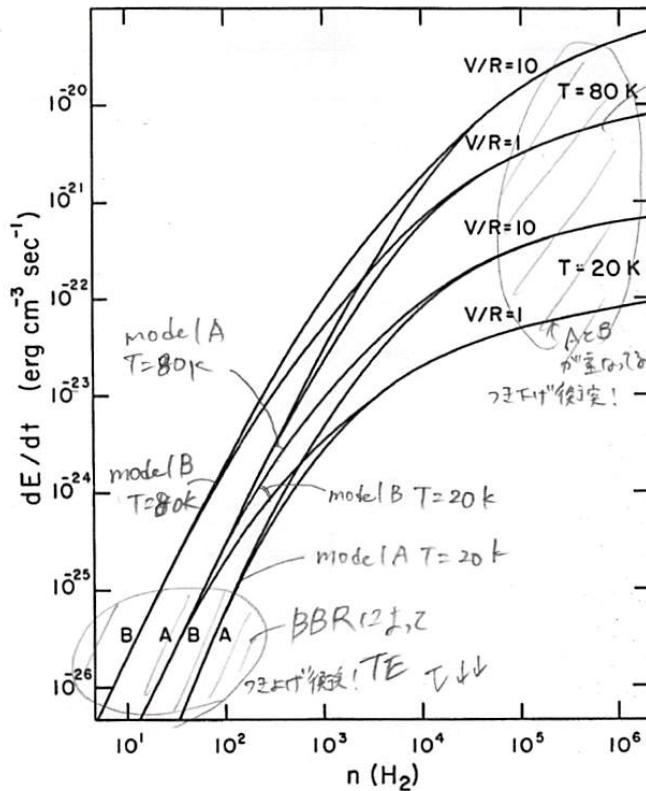
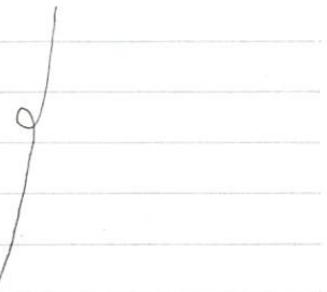


FIG. 2.—Total cooling rates dE/dt as a function of the density, for cloud models A and B with kinetic temperatures of 20 K and 80 K and $V/R = 1$ and $10 \text{ km s}^{-1} \text{ pc}^{-1}$.

• high- n 例:
 density distribution は
 関係なく、速度勾配の
 ちがいが現れる。
 \downarrow
 高密度で $T \uparrow \uparrow, \beta \uparrow \uparrow$
 (20) 式がつかえ。
 TE で最も最大の L_r を j_m
 とする。



$2hBj_m < kT$.
 Rayleigh-Jeans 近似

VI 7g^{1/2}

分子を出そう。

2準位系で、collision に $j \rightarrow j-1$ は落ち子確率を

$$\varepsilon_{j,j-1} = \frac{C_{j,j-1}}{C_{j,j-1} + A_{j,j-1} [1 - \exp(-hv_{j,j-1}/kT)]^{-1}} \quad (27)$$

とします。 $B_{j,j-1}$ については省略されています。 $\varepsilon_{j,j-1}$ は CO を励起した photon が最終的に熱エネルギーへ変わることもさう。

これを等温過程として状況を以下のように場合分けでます。 "photon trapping"

(i) $T_{j,j-1} \ll 1$; optical thin $\Rightarrow \beta_{j,j-1} \sim 1$

photon trapping \rightarrow 実質下げは ineffective,逆に実質上げ (復元熱起因) が効き、radiative cooling 落ち子 \Rightarrow TE

(ii) $E_{j,j-1} < \beta_{j,j-1} < 1$

photon trapping \rightarrow 実質下げ \rightarrow 熱化 (おこうか), thermalize されないこのあたりに励起された CO は β が高めなので "フォトンで逃げてしまう" \Rightarrow non TE.

(iii) $\beta_{j,j-1} < \varepsilon_{j,j-1}$.

photon に逃げられず \Rightarrow TE.この境界では $\beta_{j,j-1} \sim \varepsilon_{j,j-1}$

$T \rightarrow \infty$

$\beta_{j,j-1} \sim \frac{1}{T} \sim \varepsilon_{j,j-1}$

jm を使って

$T_{jm,jm-1} \sim E_{jm,jm-1}^{-1}$

となります。

TH 77" ±

Date 16 · 6 · 20 No. 12.

$$T_{j_m, j_{m+1}} \sim E_{j_m, j_{m+1}}^{-1} \quad (\text{high-}n^2\text{"model"} \text{ vs } \text{low-}n^2\text{"model"})$$

$$\frac{A_{jim} C^3 n_{jm}}{8 \pi V_{jim}^3} \left(\frac{n_{jim}}{n_{jm} g_{jm}} - 1 \right) \frac{p}{V} = \frac{C_{jm,jm-1} + A_{jm,jm-1} [1 - \exp(-h v_{jm,jm-1}/kT)]^{-1}}{C_{jm,jm-1}}$$

基本的): $C_{j,j-1} \ll A_{j,j-1} T^{0.7}$ "

$$\frac{C^3 A_{jm,jm-1}}{64\pi B^3 j_m^3} \left(\frac{n_{jm-1} g_{jm}}{g_{jm-1}} - n_{jm} \right) \frac{R}{V} = \frac{A_{jm,jm-1}}{C_{jm,jm-1} (1 - \exp(-2hB_{jm}/kT))} \quad (28)$$

$$V_{\delta^m \bar{\delta}^{m-1}} = (2B\bar{J}^m)^3$$

式 $2hBjm < kT$ を仮定、 $n_{jm} \approx n_{jm-1}$ は TE の 伝在率比をもつる。

$$j_m(j_{m+1}) = \frac{kT}{hB} \times \ln \left[\frac{c^3 h^2}{16\pi k^2} \frac{P}{V} \frac{(2j_{m+1}) X(0) n^2(H_2) k_{j_m, j_{m+1}}}{B j^{m^2} T^2} \right] \quad (29)$$

$$\text{Ans. } \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{2hBjm}{kT}\right)} \sim \frac{kT}{2hBjm}.$$

$$\frac{n_{jm} g_{jm}}{g_{j,m-1}} = n_{jm} \exp\left(\frac{2hB_{jm}}{kT}\right),$$

$$C_{j,j_{m-1}} = X \cos n^2 k_{j_m,j_{m-1}}$$

あたしを使うと似た感じになります。

radiation trapping の定義 "ln(1/F) = T_{tot} / T_{eff}"。

(29) と (26) は「平入」と、

$$\frac{dE}{dt} = \frac{(6\pi R^3)}{h^2 C^3} B \left(\frac{V}{R} \right) \times h^2 [] \quad (30)$$

? ch12t 例題 ① high - n

η の項は \ln にしか入ってない \Rightarrow η が 1 に近い時は P が $\frac{dE}{dt}$ 1 倍

同じ手が多くの王入、 $\tau < 3$! \Rightarrow Point Level の cooling が enhancement される。

④ また、今まで出した結果は numerical result をもくあつておき。

VII model A and B の比較

- ① low- n の場合は (24) 式より $\frac{dE}{dt} \propto n^2 \Rightarrow$ 密度勾配のある model B の方が速かとなる。
- ② high- n の場合は 密度の項は \ln の項に比べて \Rightarrow model A と B の違いはみられないくなる。

VII Line profile and Brightness temperature

Fig 3: Observer の方向に速度成分 v_0 をもつ。クラウド中の体積要素の軌跡。

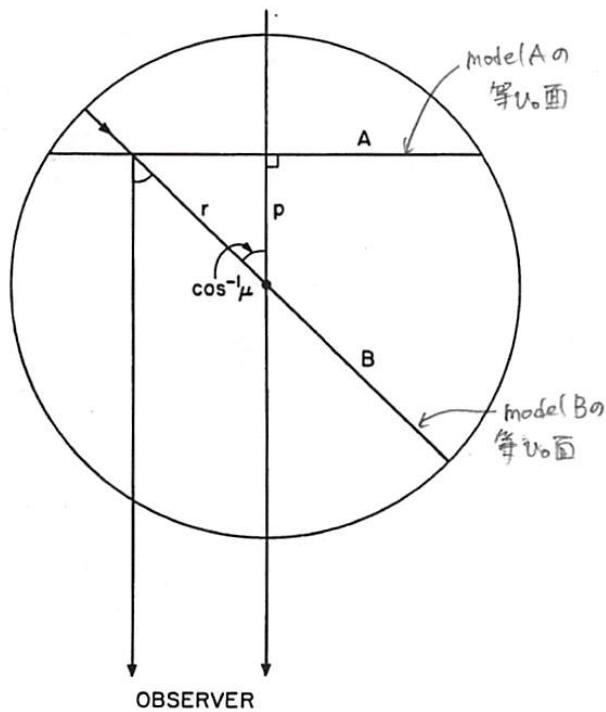


FIG. 3.—Loci of volume elements within spherical clouds with equal radial velocities v_0 toward the observer. In cloud A, $v_0 = V_p/R$; in cloud B, $v_0 = V_p/r$.

- 等しい面から出る輝線のドップラー効果は同じ。

$$\text{model A: } v(r) = V \frac{r}{R},$$

$$\begin{aligned} v_0 &= v(r) \mu \\ &= V(r) \frac{P}{r} \\ &= V \frac{P}{R} \end{aligned}$$

P によって特徴づけられる面 A から v_0 でドップラーフォトトニア輝線が放射される。

$$\text{model B: } v(r) = \text{const.} = V$$

$$v_0 = v(r) \frac{P}{r} = V \frac{P}{r}$$

$$\frac{P}{r} = \text{const. となる面 B}.$$

簡単のため、BG radiation field はムシ。

七"一ルサツ" ~ 見かけの天体のサイズ (~ 距離)

r の位置にある体積要素、 dV の方向に下る flux は

$$\pi S(r) (1 - \exp(-\tau(r, \mu)))$$

これを model A, B 毎に、各 plane 上で積分する。

VII つづき

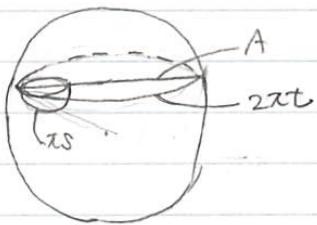
$$\cdot \text{面A上 } (r \sin \theta \rightarrow 0) \times 2$$

Date 16-6-20 No. 14

model A

$$F(v_0) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{R(1-N^2)^{\frac{1}{2}}} 2\pi t \times \pi s (1 - \exp(-t)) dt$$

$$= \pi S (1 - \exp(-\tau)) (1 - v_0^2/V^2)$$



$$= \frac{1}{4} \frac{dE}{dt} \frac{\frac{k}{V}}{\frac{C}{V_0}} \left(1 - \frac{V_0^2}{V^2} \right) \quad (31)$$

このときは B.G. は「考證すか、Tニガ」、(18)のようになじみ入りますが、「問題アリ。

brightness temperature (\mathbb{T})

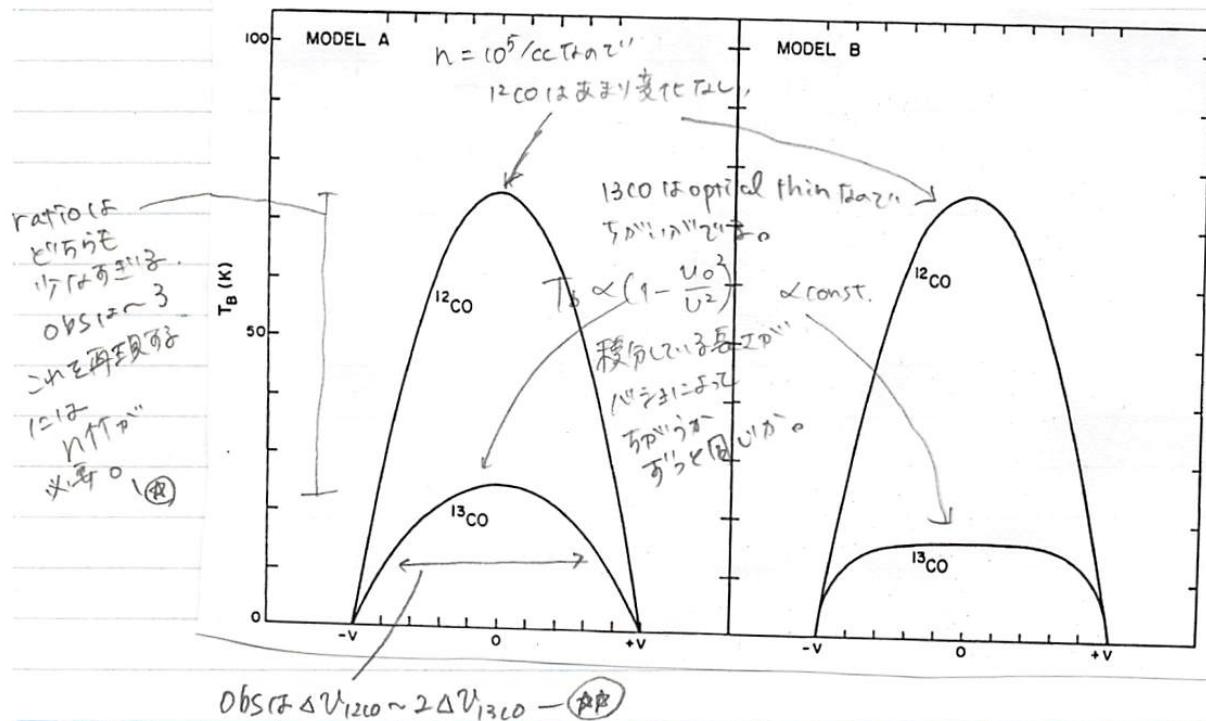
$$T_{B(v_0)} = F(v_0) / B(v, T), \quad v = v_0(1 \pm v/c)$$

$$I_v = \frac{2V^2}{R^2} k T_b(\tau)$$

$$= \frac{C^3}{8\pi k v_0^3} \frac{dE}{dt} \frac{p}{V} \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2} \right) \quad (33)$$

Model B (2007) 平均化 (?) \Rightarrow (34) 式。

$$T = T''^* C \quad B_{\text{plane}} \pm T''^* D^* \quad \Rightarrow \quad (35) \text{ and } 0 \quad T \text{ and } (36) \text{ and } 0$$



VII.22'15

Date 116.6.20 No. 15

Beamsizeの影響について

普通は cloud が 小さいので、 \hat{T}_B は 天体と (obs.) が 3。

⇒ 実際は flat top な分布で obs. が 3。ことに注意。

Peak Brightness Temperature (2) 1.2

Fig. 1-0 Transition の Peak T_B の分布

model B の方が "中心" の 密度が "高い" ので、コアの方から T.E. になってしまって、
中くらいの h では、重い(=大きな) 分子雲 (うねり) が、

A と B を比較すると model A の方が "軽い" \Rightarrow plane 上で "積分する結果"。

Fig. 5 : Fig. 5 とあわせて T_B が $X_{CO} R/V = 2\pi - 1$ などといふのが "分かる" 感じ。

この図だけでは "R/V" が "何から" と "何に" と "何で" か

VII. Brightness Temperature Ratios (22'')

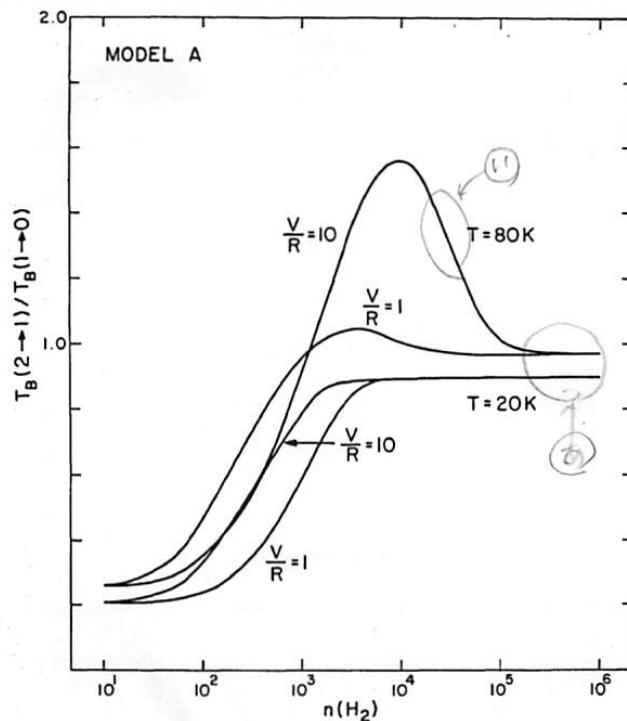


FIG. 7.—Calculated ratios of the brightness temperatures of the $j = 2 \rightarrow 1$ and $j = 1 \rightarrow 0$ lines of ^{12}CO for cloud model A as a function of density for $V/R = 1$ and $10 \text{ km s}^{-1} \text{ pc}^{-1}$ and $T = 20 \text{ K}$ and 80 K .

$T = 80 \text{ K}, V/R = 10 \text{ km/s/pc}$ の時

ratio が 1 を超える所で図は

22''

$T_{21} > E_{21}^{-1}$ かつ $T_{10} < E_{10}^{-1}$

となる。つまり、準位 2 で TE, 1 で non-TE の停在数と T_{21}, T_{10} が。

この原因は $J = 2 \rightarrow 0$ の衡突係数が高いため。

1 の停在数が少なくてなる。

Fig. 8 の obs. と比較すると、

Cloud 中の $T_B \text{ max}$

ratio ~ unity

中から遠ざかると $T_B \downarrow$ の ratio ↑ (1)

と言ふもとでよく見られる。

ratio ($T^0 - T_1$) = 遠レ T が下る。

IX. ダストとの比較

(ie (37) & continuum (38) の flux を計算)

$T_{\text{dust}} = T_{\text{gas}}$ を仮定

TABLE 4
PREDICTED INFRARED ^{13}CO LINE INTENSITIES FOR THE CLOUD MODEL OF TABLE 3

^{13}CO	$\lambda (\mu)$	$T = 20 \text{ K}$		$T = 80 \text{ K}$	
		F_{vL}^*	F_{vc}^*	F_{vL}^*	F_{vc}^*
$1 \rightarrow 0$	2722	0.33	...	長波長側	0.24
$2 \rightarrow 1$	1361	1.7	...	II	2.7
$3 \rightarrow 2$	907	2.5	0.045	主峰	7.1
$4 \rightarrow 3$	681	1.6	0.12	波長	10.1
$5 \rightarrow 4$	544	0.39	0.25	波長	9.2
$6 \rightarrow 5$	454	0.047	0.43	波長	5.5
$7 \rightarrow 6$	389	0.003	0.67	分解能	2.4
$8 \rightarrow 7$	340	波長	0.75
$9 \rightarrow 8$	302	波長	10
$10 \rightarrow 9$	272	波長	0.19
$11 \rightarrow 10$	247	波長	15
				分子能	0.038
				波長	22
				波長	0.006
				波長	31

* $1000 \text{ Jy arcmin}^{-2}$.

CO in Collapsing Interstellar Clouds

Appendix

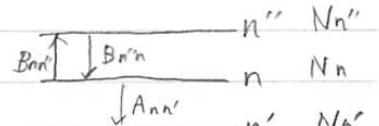
Date 16. 6. 20 No. A-1

(4)式(5)式導出(2)(3)の(源)

で、 $S_v = \text{const.}$ ($\text{cst} = g$)、(5)式のように v に依らない関数として書ける。

line profile function $\phi(v)$ とい、左のようすを準位の遷移を考える。

すな、 $J_{\nu\nu'}$ の輻射場があるとする。



ダブルルーチンと Einstein係数との関係。(2)-(3)式

$$\int K v d\nu = \frac{1}{4\pi} h v_{\text{nn''}} \left(N_n B_{nn''} - N_{n''} B_{n''n} \right)$$

\uparrow
 cm^{-1}/Hz

単位立体角で定義されて分子補正(いい)

同様に放射計数(2)

$$\int E v d\nu = \frac{1}{4\pi} h v_{\text{nn'}} N_n A_{nn'} \times \text{erg/s/sr/Hz/cm}^3$$

この積分を(2)には、 $\phi(v)$ を乗ずればよく、

$$K_{v_{\text{nn''}}} = \frac{h v_{\text{nn''}}}{4\pi} \phi(v) (N_n B_{nn''} - N_{n''} B_{n''n}) \quad \leftarrow (6)(7) \text{式}$$

$$E_{v_{\text{nn'}}} = \frac{h v_{\text{nn'}}}{4\pi} \phi(v) N_n A_{nn'}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(v) dv = 1.$$

とか下さ。これで

→ 2準位系に直して

$$S_{v_{\text{nn'}}} = \frac{E_{v_{\text{nn'}}}}{K_{v_{\text{nn'}}}} = \frac{N_n A_{nn'}}{N_n B_{n''n} - N_{n''} B_{n''n}} \quad \rightarrow \text{①}$$

としておく。で、Einstein係数も統計的平均 g などで表すことを用意する。

熱平衡を仮定し、

$$N_n (A_{nn'} + B_{nn'} \frac{4\pi}{C} B(T)) = N_{n''} B_{n''n} \frac{4\pi}{C} B(T)$$

で表わせる2準位間の準位細釣合(=遷移数が同じ)を f とする。

$$\rightarrow \frac{N_n}{N_{n'}} A_{nn'} = \frac{4\pi}{C} B(T) \left(B_{n''n} - \frac{N_n}{N_{n''}} B_{n''n} \right) \quad \rightarrow \text{②}$$

ここでボルツマンの公式(2)

$$\frac{N_n}{N_{n'}} = \frac{g_n}{g_{n''}} e^{-\frac{\Delta E_{nn'}}{kT}} \quad \rightarrow \text{③}$$

(4) 式 (5) 式 等式(?)の

$$\frac{dI_v}{dS} = -\kappa_v I_v + \varepsilon_v$$

absorption coefficient emission coefficient
後づき距離

(吸収、放射を考慮した輻射輸送方程式)

$$-\frac{dI_v}{\kappa_v dS} = +I_v - \frac{\varepsilon_v}{\kappa_v} \Rightarrow \frac{dI_v}{d\tau} = I_v - S_v$$

optical depth source function

$$y' + a y' = Q(x) \quad (\text{今回 } a=+1, Q(x) = -S_v) \text{ の解き方(?)}$$

 $\times e^{ax}$

$$e^{ax} y' + a e^{ax} y = e^{ax} Q(x)$$

$$(e^{ax} y)' = e^{ax} Q(x)$$

$$e^{ax} y = \int e^{ax} Q(x) dx + \text{Const.}$$

$$y = e^{-ax} \left(\int e^{ax} Q(x) dx + \text{Const.} \right)$$

といふことを(?)とす。

$$I_v(\tau_v) = e^{\tau_v} I_v^0 + \int_{\tau_v}^{\tau_v} S_v(\tau'_v) e^{\tau_v - \tau'_v} d\tau'_v$$

(cloud の有無) τ_v と τ'_v とす。

前面 ($\tau_v = 0$) の Intensity (I)

$$I_v(\tau_v=0) = I_v^0 e^{-\tau_v} + \int_0^{\tau_v} S_v(\tau'_v) e^{-\tau_v} d\tau'_v$$

消光する奇子

再放射する奇子

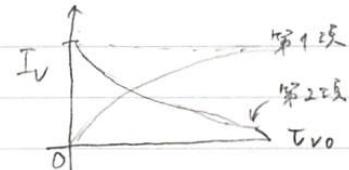
ひとまず $S_v = \text{const.}$ とす

$$I_v = (1 - e^{-\tau_v}) S_v + I_v^0 e^{-\tau_v}$$

再放射 消光

$$\text{消光率} = 100\% \text{ なら } I_v = I_v^0$$

$$= 0\% \text{ なら } I_v = S_v$$

DeJong τ_v は、 $I_v^0 = \text{黒体放射} (T = 2.7 \text{ K})$ とす。escape probability は、line profile まで考慮 $(\tau_v = \infty)$ $e^{-\tau_v} \rightarrow \beta$, といふ新しい導入 (T とする)。

(5) 等温, ばくの (鏡鏡)

$\Delta E_{nn'} = h\nu$

② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

$$\frac{g_n}{g_{n'}} e^{-\frac{\Delta E_{nn'}}{kT}} A_{nn'} = \frac{4\pi}{c} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{B_{nn'}}{\exp(h\nu/kT) - 1} \left(1 - \frac{g_n}{g_{n'}} e^{-\frac{\Delta E_{nn'}}{kT}} \frac{B_{nn'}}{B_{nn}} \right)$$

$$\frac{g_n}{g_{n'}} A_{nn'} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{nn'} \frac{\exp(h\nu/kT) - \frac{g_n}{g_{n'}} \frac{B_{nn'}}{B_{nn}}}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

Einstein(統計が原理 etc. は固有の定義であります)には、

⁶⁾
どの統計平衡状態で
何がどうか、

$$\frac{g_n}{g_{n'}} A_{nn'} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{nn'}, + \frac{g_n}{g_{n'}} \frac{B_{nn'}}{B_{nn}} = 1 \quad \checkmark \quad \frac{4\pi}{c} T \text{ で変化しない} \text{ で} \text{ は} \text{ ま} \text{ す}.$$

$$\Leftrightarrow A_{nn'} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{nn'}$$

$$B_{nn'} = + \frac{g_n}{g_{n'}} B_{nn}$$

(放射で
energy density はまか
intensity はまかの
方がいい)

この式を (1) に代入する

$$S_{V_{nn'}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left(\frac{N_n}{N_{n'}} \frac{B_{nn'}}{B_{nn}} - 1 \right)^{-1}$$

$$= \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left(\frac{N_n}{N_{n'}} \frac{g_n}{g_{n'}} - 1 \right)^{-1} \quad \leftarrow (5)$$

[↑] $\frac{4\pi}{c} T$ で De Jong とまわる。

(10) 式 等式

$$\beta(r) = \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi(x) \exp(-t(x, r, \mu)) \quad (9)$$

$$y = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x') dx' , \quad \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 1 \quad (\text{正規化条件})$$

$$\begin{aligned} \beta(r) &= \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi(x) \exp\left(-\frac{k_0(r) C}{\alpha_0(\mu) V_0} \int_{-x}^{\infty} \phi(x') dx'\right) \\ &= \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi(x) \exp(-\tau y) \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \exp(-\tau y) = -\tau \frac{dy}{dx} \exp(-\tau y) = -\tau \phi(x) \exp(-\tau y)$$

∴

$$\beta(r) = \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi(x) \frac{\frac{dy}{dx} \exp(-\tau y)}{-\tau \phi(x)}$$

$$= \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{4\pi \tau} \left[\exp(-\tau \int_{-x}^{\infty} \phi(x') dx') \right]_{-\infty}^{\infty}$$

$$= \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \frac{\sin \theta d\theta d\phi}{4\pi} \frac{\exp(-\tau) - 1}{-\tau} \quad \begin{array}{l} \theta = \cos^{-1} \mu \approx \pi \\ \cos \theta = \mu \\ d\mu = -\sin \theta d\theta \end{array}$$

$$= \frac{2\pi}{4\pi} \int_{-1}^1 d\mu \frac{1 - \exp(-\tau)}{\tau} \quad \mu : 1 \rightarrow -1$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu \frac{1 - \exp(-\tau)}{\tau} \quad (10)$$

$$n = \text{const. rate} \cdot \frac{1 - \exp(-\tau)}{\tau} \propto \tau^{-1/2}$$

この式一般化で τ = escape probability の近似式とされる。
 (Castor et al., 1970)

(13) (14) 等出

$$\tau = \kappa_0(r) \frac{c}{\lambda_0 v_0} \quad \downarrow (9)$$

$$= \frac{hv_0}{4\pi} (n_j B_{ji} - n_i B_{ij}) \frac{c}{v_0} \frac{1}{\lambda_0} \quad \dots (4)$$

$$\lambda_0 = \frac{dv_s}{ds} = \mu^2 \frac{dV(r)}{dr} + (1-\mu^2) \frac{V(r)}{r} \quad (11)$$

$$= \begin{cases} \mu^2 \frac{V}{R} + (1-\mu^2) \frac{V}{R} = \frac{V}{R} \text{ (model A)} \\ 0 + (1-\mu^2) \frac{V}{R} \text{ (model B)} \end{cases} \quad \dots (5)$$

(5) の 等出 (2) が, 72 ページよ!

$$n_i B_{ij} \left(\frac{n_j B_{ji}}{n_i B_{ij}} - 1 \right) = n_i \frac{c^3}{8\pi h v^3} A_{ij} \left(\frac{n_j g_j}{n_i g_i} - 1 \right)$$

$$\therefore (2) = n_i \frac{c^2}{2\pi h v^3} A_{ij} (\dots) \quad \dots (6)$$

Taoz'

$$\tau = \frac{hv_0}{4\pi} n_i \frac{c^2}{2\pi h v^3} A_{ij} \left(\frac{n_j g_j}{n_i g_i} - 1 \right) \frac{c}{v_0} \times \begin{cases} \frac{R}{V} \text{ (model A)} \\ \frac{R}{V(1-\mu^2)} \text{ (model B)} \end{cases}$$

$$T_{ij} = \frac{A_{ij} c^3 n_i}{8\pi h v_{ij}^3} \left(\frac{n_j g_j}{n_i g_i} - 1 \right) \times \begin{cases} " & (13), (14) \\ " & " \end{cases}$$