

M 1 理論演習 『恒星』

第五回まとめ

2011/05/26

岡アキラ

概要

第五回は、2章2節を読む。ここでは、恒星大気モデルの計算方法を学ぶ。

解くべき方程式

星の大気は、星の半径に比べて非常に小さい¹ため、大気を平面だとして扱っても良い。この場合、放射輸送方程式は、

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - S$$

となる。したがって、形式解は、

$$I(\tau, \mu) = \int_{\tau}^{\infty} S(t) \exp\left[-\frac{(t - \tau)}{\mu}\right] \frac{dt}{\mu}$$

などとなる。

しかし、一般にこの積分は容易ではなく、数値的な解を求める必要がある。そこで、モーメントと呼ばれる量を定義する。

$$J(\tau) \equiv \int \frac{d\omega}{4\pi} I(\tau, \mu)$$

$$H(\tau) \equiv \int \frac{d\omega}{4\pi} \mu I(\tau, \mu)$$

$$K(\tau) \equiv \int \frac{d\omega}{4\pi} \mu^2 I(\tau, \mu)$$

これと、放射輸送方程式より、結局、次の微分方程式を解けばよいことがわかる。

$$\frac{d^2 K}{d\tau^2} = J - S$$

これは、エディントン因子法という解法を用いることで数値的に解くことができる。

¹太陽だと 1/1000 程度

大気モデルの計算の意味

大気を構成する各元素の各エネルギーレベルにおける占有数 n がわかれば、吸収、散乱、放射係数が計算できて、放射強度を求めることができる。 n は、温度 T と圧力 P がわかれば、サハ=ボルツマンの式により求めることができる。したがって、大気モデルを計算するという事は、大気の圧力と温度を深さの関数として求めることである。

圧力と温度の求め方

では、大気の圧力や温度はどのようにして決定するのか。

大気モデルを構築するときに指定するパラメータは、有効温度 T_{eff} 、表面重力 g 、各元素の組成 A_a である。そして、大気モデルに課す仮定は、局所熱力学平衡 $S = \frac{\kappa B + \sigma J}{\kappa + \sigma}$ 、静水圧平衡 $\frac{dP}{dh} = -\rho g$ 、放射平衡 $\frac{dH_{bol}}{dh} = 0$ である。これらの3つの仮定から、指定したパラメータから大気の圧力と温度を求めることができる。

補正

実際のスペクトルを忠実に再現するためには、放射だけでなく対流の効果を取り入れなくてはならない。また、理論的吸収係数によっても再現の度合が変わる。