

# 広域銀河・クエーサー 三次元分布地図を用いた宇宙論

須藤 靖

東京大学 大学院理学系研究科  
物理学専攻・初期宇宙研究センター

2000年6月20日(火)  
(JPG勉強会)

## Contents

1	銀河・クエーサー サーベイによる宇宙論	2
2	特異速度場による赤方偏移歪み	9
3	宇宙論的赤方偏移歪み	12
4	光円錐効果	15
5	高次相関関数	17
6	銀河ペアの相対特異速度分散	18
7	ジーナス統計と非ガウシアン密度ゆらぎ	19
8	まとめ	23

## 1 銀河・クエーサー サーベイによる宇宙論

### SDSS LSS ワーキンググループ キーププロジェクト

かなり以前のもので、すでにあまり意味をもたなくなっているが参考のため。

1. 赤方偏移空間における銀河の  $P^{(s)}(k)$  と  $\xi^{(s)}(s)$
2. 銀河の  $P^{(s)}(k)$  と  $\xi^{(s)}(s)$  の非等方性と  $\Omega_0$
3. 銀河分布のカウントインセル解析、密度の確率分布関数
4. 銀河の空間高次相関関数
5. 大構造のトポロジー: 赤方偏移空間における銀河のジーンズカーブ
6. 赤方偏移空間における銀河分布の形態、光度依存性
7. 銀河の角度二点相関関数とパワースペクトル
8. 銀河の角度高次相関関数
9. 測光赤方偏移を用いた銀河の  $P^{(s)}(k)$  と  $\xi^{(s)}(s)$
10. 銀河の特異速度場
11. クエーサーの空間分布
12. 銀河団の空間分布
13. 超銀河団の同定
14. 重力レンズ効果を用いた質量分布の決定とパワースペクトル

## 2dF QSO サーベイの例

## Scientific aims of the 2dF QSO Redshift Survey

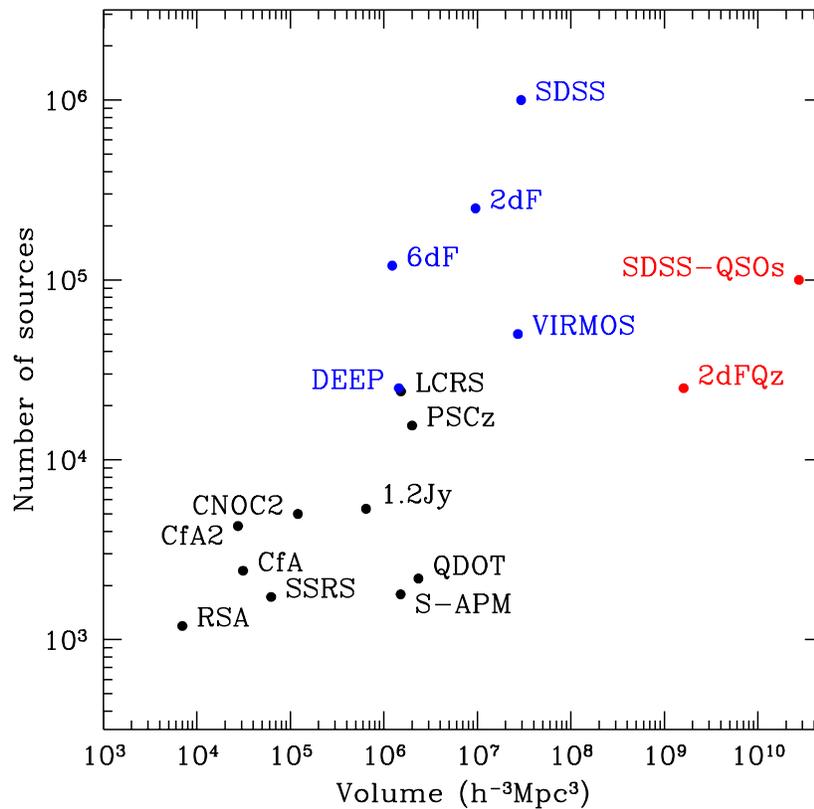
The scientific goals of the survey relating to large-scale structure are:

1. **Determining the QSO clustering power spectrum,  $P(k)$ , from 2 to  $\sim 1000h^{-1}\text{Mpc}$ .**
2. **Measuring,  $\lambda_0$ , the cosmological constant from geometric distortions in clustering.**
3. **Tracing the evolution of QSO clustering from  $z=0.3$  to  $z=3.0$  to get limits on  $\Omega_0$  and QSO bias.**

**Other scientific aims: determining the QSO luminosity function, gravitational lensing studies, absorption line studies, spectral classification of QSOs....**

Figure 1: Proceedings of the Second Coral Sea Cosmology Conference, “Redshift Surveys and Cosmology”, Dunk Island, 24-28 August 1999, Editor: Matthew Colless, <http://www.mso.anu.edu.au/DunkIsland/Proceedings> の Scott Croom, “The 2dF QSO Redshift Survey: Measurements of Large-Scale Structure” の OHP より転載。

## Comparison of Redshift Survey Volumes



From the compilation of **Hatton, (1999)**.

### 2dF QSO Redshift Survey geometry:

- $2 \times 75^\circ \times 5^\circ$  strips at  $\delta = 0^\circ, -30^\circ$
- $z=0.3$  to  $2.9$ , complete at  $0.3 < z < 2.2$ .
- $\bar{z}=1.6$ .
- $75^\circ \times 5^\circ \Rightarrow 3000 \times 200 h^{-1} \text{Mpc}$  at  $\bar{z}$  ( $\Omega_0=1, \lambda_0=0$ ).
- $75^\circ \times 5^\circ \Rightarrow 4200 \times 280 h^{-1} \text{Mpc}$  at  $\bar{z}$  ( $\Omega_0=0.3, \lambda_0=0.7$ ).

Figure 2: Scott Croom, “The 2dF QSO Redshift Survey: Measurements of Large-Scale Structure” の OHP より転載。

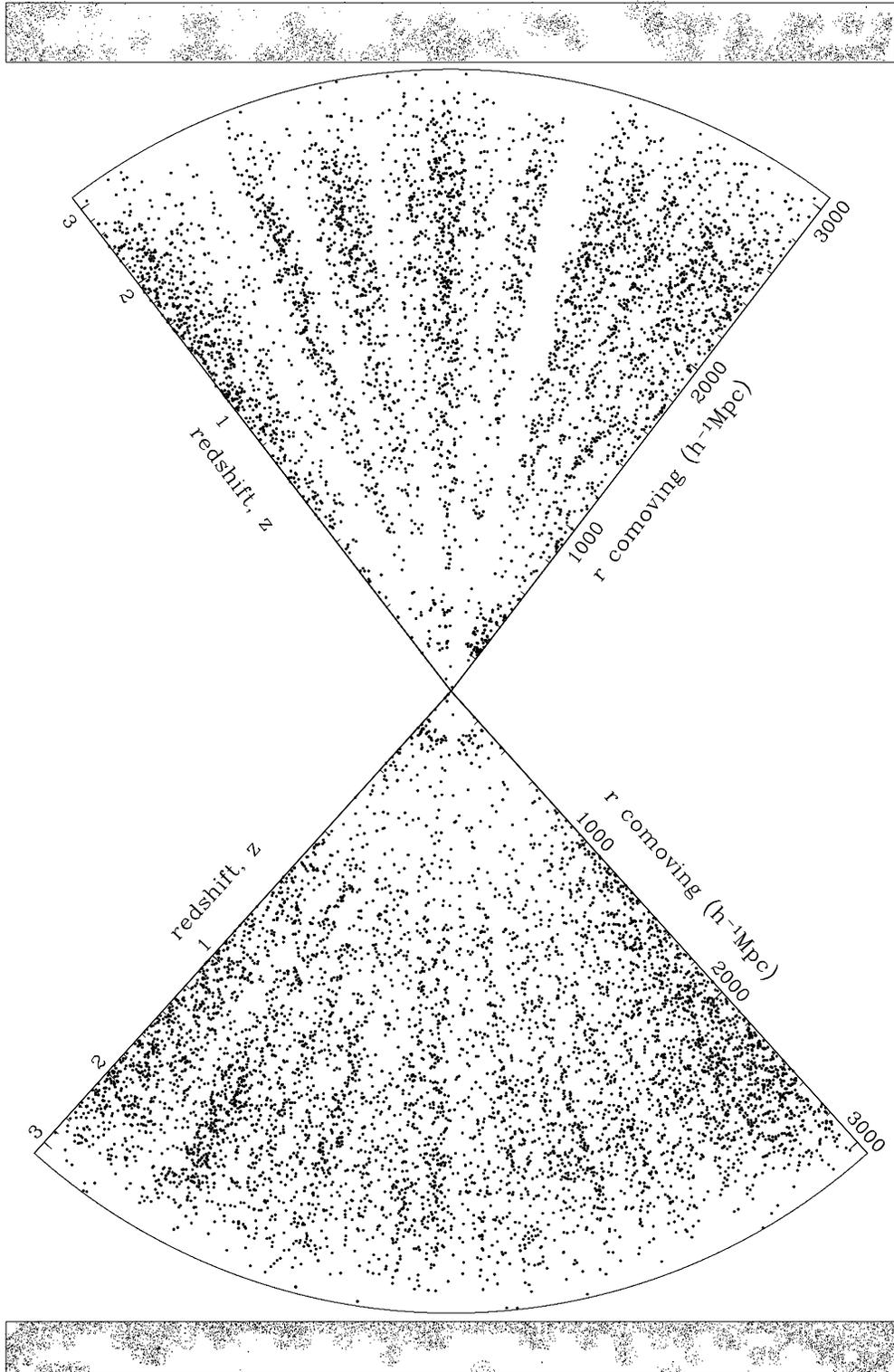
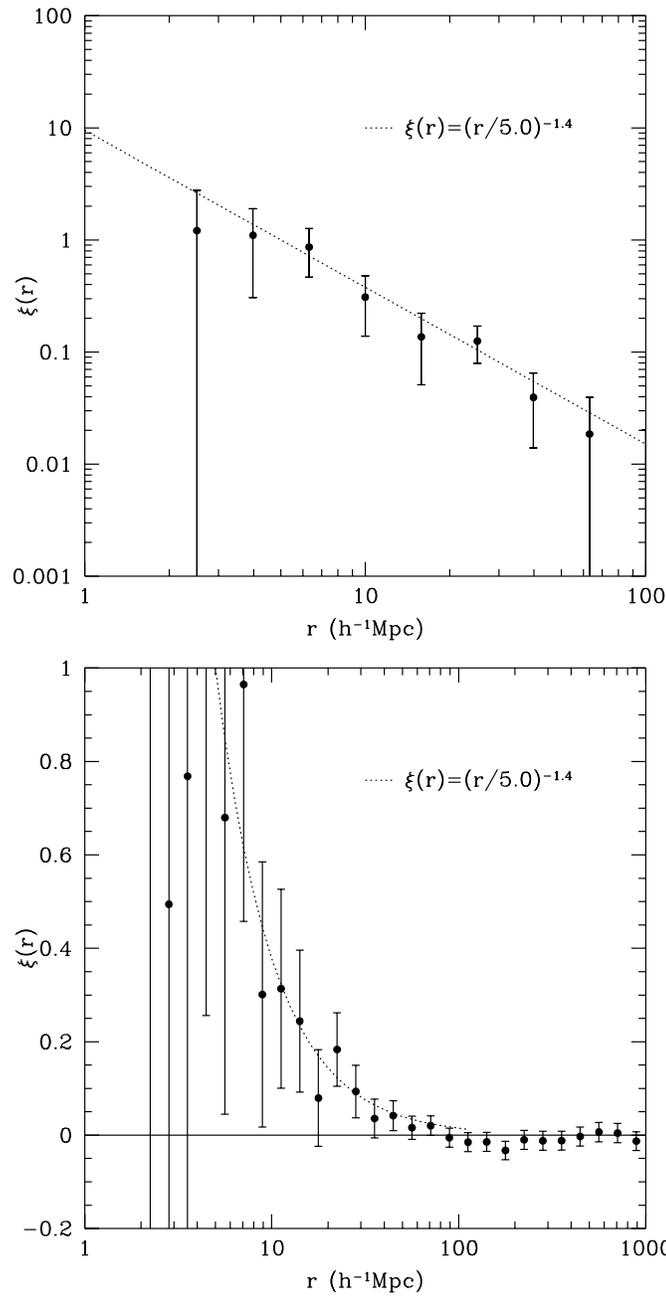


Figure 3: 2dF QSO サーベイ 空間分布 (2000年3月時点)。

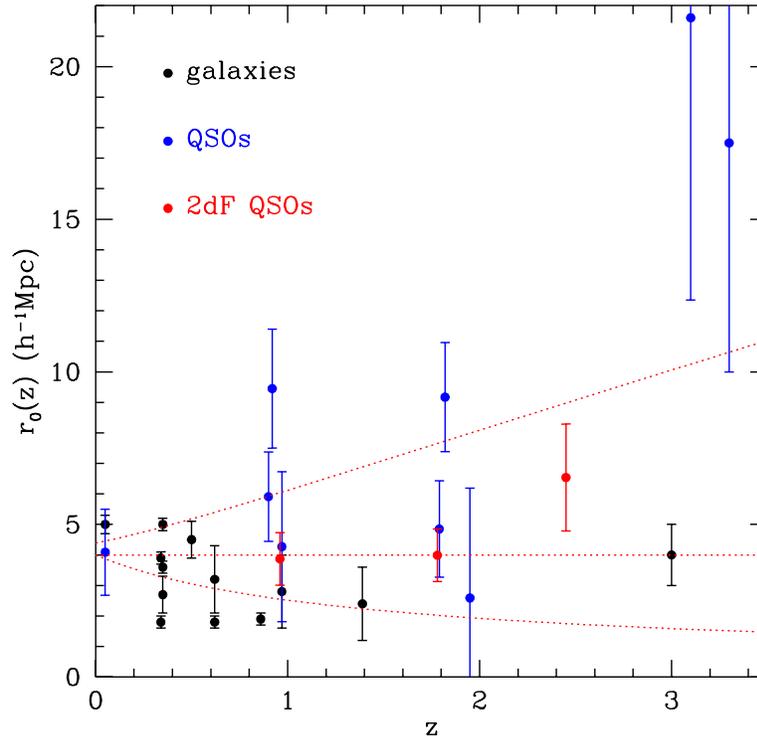
2dF QSO Redshift Survey  $\xi(r)$  ( $\lambda_0=0.7$ )

**$0.3 < z < 2.2$ ,  $\Omega_0 = 0.3$ ,  $\lambda_0 = 0.7$  2376 QSOs.**

**Best fit:  $r_0 = 4.79^{+1.01}_{-1.30} h^{-1}\text{Mpc}$ ,  $\gamma = 1.46^{+0.26}_{-0.27}$**

Figure 4: Scott Croom, “The 2dF QSO Redshift Survey: Measurements of Large-Scale Structure” の OHP より転載。

## 2dF QSO clustering evolution



Clustering evolution compared to 3 simple models:

- **Matarrese et al. 1997**, transient model,  $M_{min}=10^{13}M_{\odot}$  (top).
- Stable clustering in comoving coordinates (middle).
- Stable clustering in proper coordinates (bottom).

Clearly these simple models cannot adequately describe clustering evolution.

Figure 5: Scott Croom, “The 2dF QSO Redshift Survey: Measurements of Large-Scale Structure” の OHP より転載。

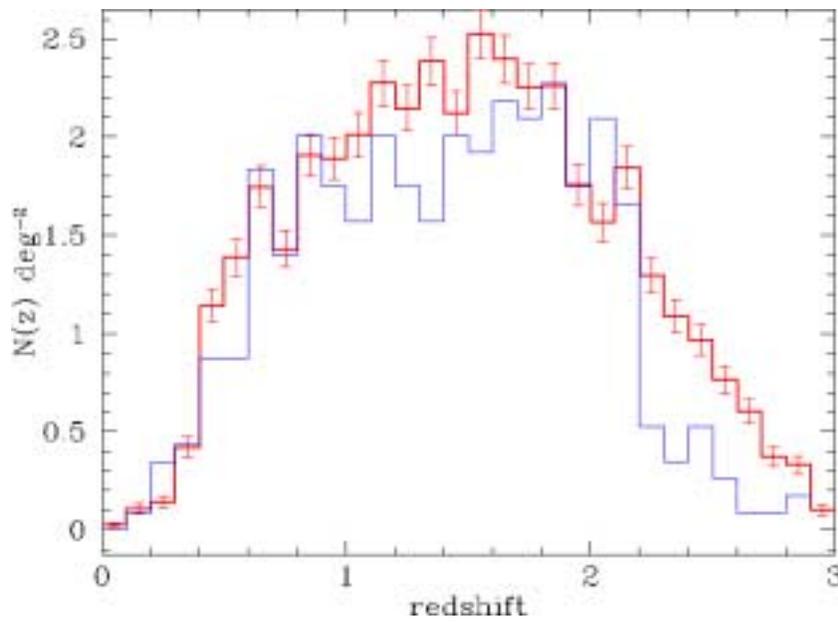


Figure 6: 2dF QSO サーベイ z-分布 (1999年10月時点)。

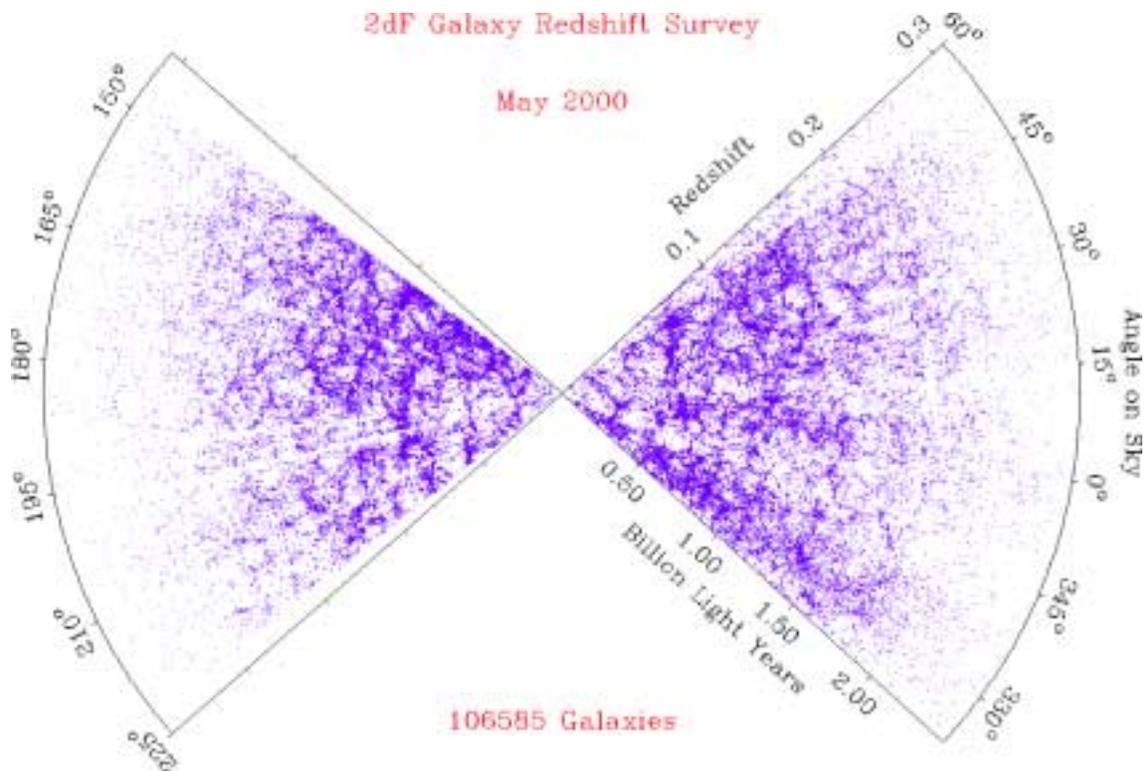


Figure 7: 2dF 銀河サーベイの空間分布 (2000年5月時点)。

## 2 特異速度場による赤方偏移歪み

実空間のパワースペクトルと赤方偏移空間のパワースペクトルの関係：

$$P_{\text{nl}}^{\text{S}}(k, \mu) = P_{\text{nl}}^{\text{R}}(k, z)[1 + \beta\mu^2]^2 D_{\text{vel}}[k\mu\sigma_P]$$

( $\mu$ ：観測者の視線方向と波数ベクトルの方向余弦)

$$\beta(z) \equiv \frac{1}{b(z)} \frac{d \ln D(z)}{d \ln a},$$

粒子対の相対速度の分布関数が、

$$f_v(v_{12}) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_P} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|v_{12}|}{\sigma_P}\right),$$

の場合には、

$$D_{\text{vel}}[k\mu\sigma_P] = \frac{1}{1 + (k\mu\sigma_P)^2/2}.$$

角度について積分すると、

$$\frac{P_{\text{nl}}^{\text{S}}(k, z)}{P_{\text{nl}}^{\text{R}}(k, z)} = A(\kappa) + \frac{2}{3}\beta(z)B(\kappa) + \frac{1}{5}\beta^2(z)C(\kappa)$$

ここで、 $\kappa(z) = k\sigma_P(z)/(\sqrt{2}H_0)$  で、

$$A(\kappa) = \frac{\arctan(\kappa)}{\kappa}, \quad B(\kappa) = \frac{3}{\kappa^2} \left[ 1 - \frac{\arctan(\kappa)}{\kappa} \right],$$

$$C(\kappa) = \frac{5}{3\kappa^2} \left[ 1 - \frac{3}{\kappa^2} + \frac{3\arctan(\kappa)}{\kappa^3} \right]$$

線形理論の予想する赤方偏移歪み：

$$\frac{P_2^{(S,lin)}(k; z)}{P_0^{(S,lin)}(k; z)} = \frac{\xi_2^{(S,lin)}(x; z)}{\xi_0^{(S,lin)}(x; z) - 3 \int_0^1 \xi_0^{(S,lin)}(xw; z) w^2 dw} = \frac{\frac{4}{3}\beta(z) + \frac{4}{7}\beta^2(z)}{1 + \frac{2}{3}\beta(z) + \frac{1}{5}\beta^2(z)}$$

非線型効果を考慮した場合：

$$= \frac{\frac{5}{2} [B(\kappa) - A(\kappa)] + \beta(z) \left[ 3C(\kappa) - \frac{5}{3}B(\kappa) \right] + \beta^2(z) \left[ \frac{3}{2\kappa^2}(1 - C(\kappa)) - \frac{1}{2}C(\kappa) \right]}{A(\kappa) + \frac{2}{3}\beta(z)B(\kappa) + \frac{1}{5}\beta^2(z)C(\kappa)}$$

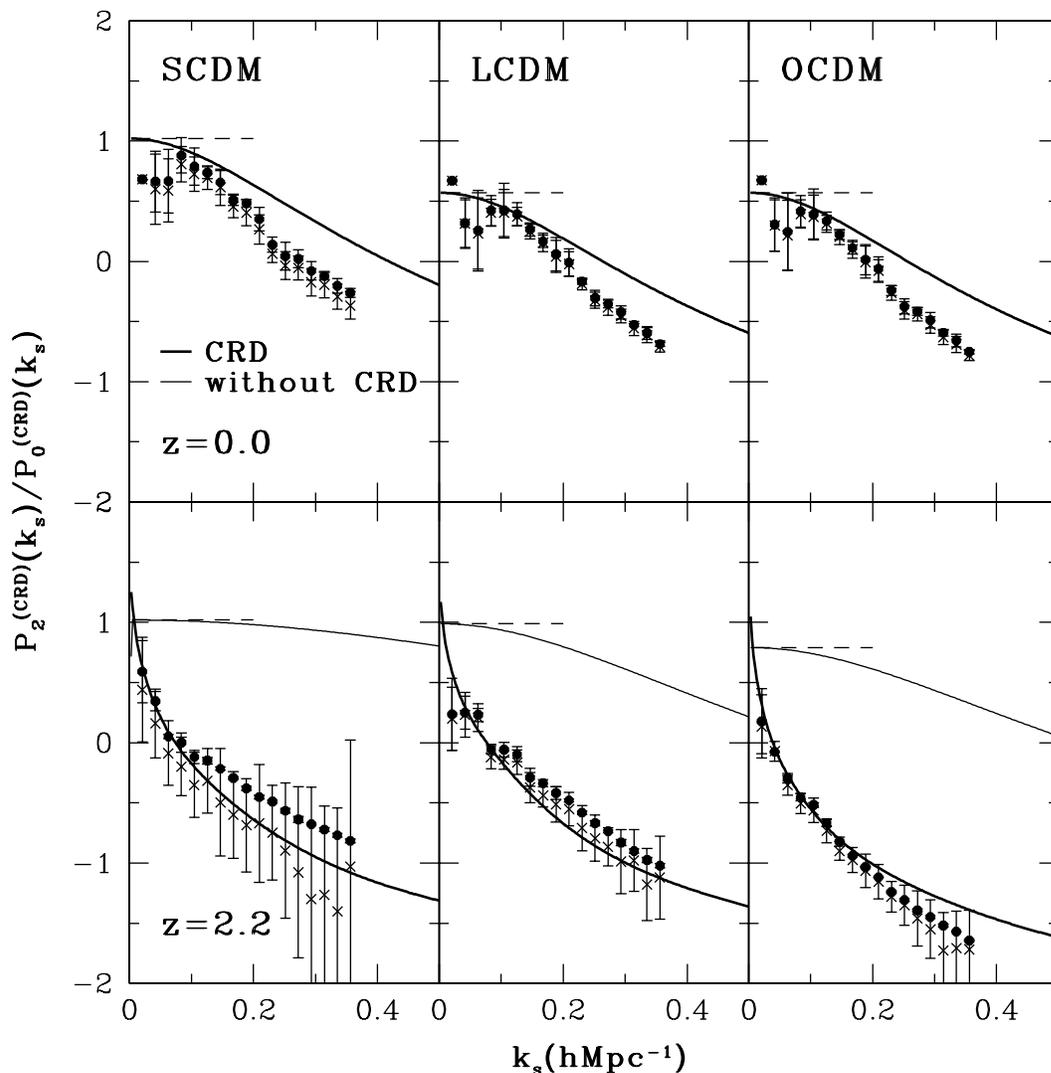


Figure 8: 赤方偏移空間での密度ゆらぎパワースペクトルの quadrupole と monopole の比 (Majira, Jing & Suto 2000)。

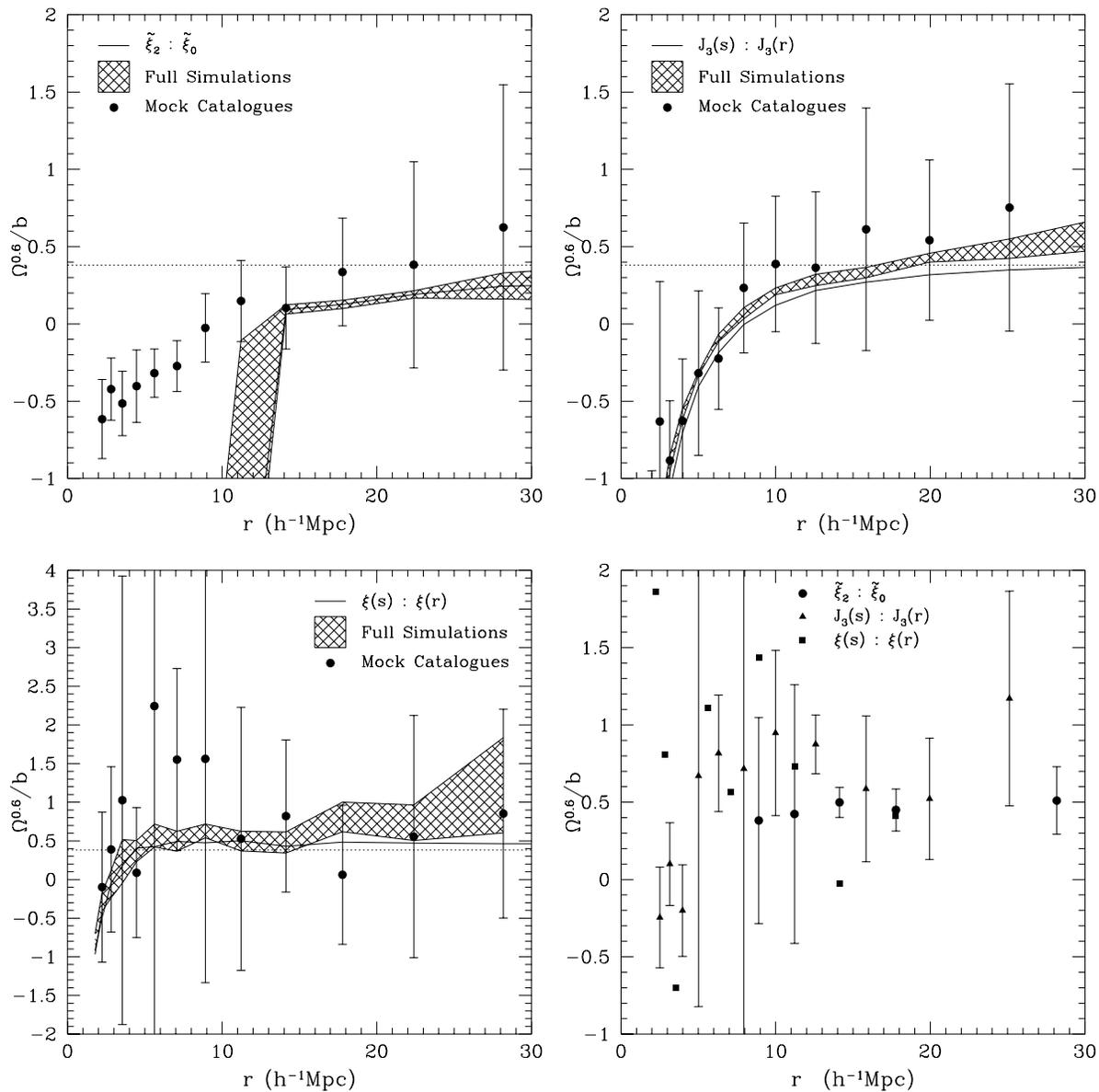


Figure 9: Durham/UKST 赤方偏移サーベイの解析による  $\Omega_0^{0.6}/b$  の推定値。異なる記号は解析に用いた統計量の違いに対応する。Ratcliffe, Shanks, Parker & Fong (1998, MNRAS, 296, 191)

### 3 宇宙論的赤方偏移歪み

宇宙の幾何学的効果によってさらに歪みが生ずる

視線方向:  $x_{s\parallel}(z) = c\delta z/H_0$

視線と垂直方向:  $x_{s\perp}(z) = cz\delta\theta/H_0$

↓

これを共動座標に変換すると

$$x_{\parallel}(z) = c_{\parallel}(z)x_{s\parallel}(z), \quad x_{\perp}(z) = c_{\perp}(z)x_{s\perp}(z),$$

ここで、

$$c_{\parallel}(z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_0(1+z)^3 + (1-\Omega_0-\lambda_0)(1+z)^2 + \lambda_0}}$$

$$c_{\perp}(z) = \frac{H_0(1+z)}{cz} D_A(z; \Omega_0, \lambda_0)$$

(Alcock & Paczyński 1979; Ballinger, Peacock & Heavens 1996; Matsubara & Suto 1996)

宇宙論的赤方偏移空間における非等方パワースペクトル:

$$P^{(\text{CRD})}(k_{s\perp}, k_{s\parallel}; z) = \frac{1}{c_{\perp}(z)^2 c_{\parallel}(z)} P^{(S)}\left(\frac{k_{s\perp}}{c_{\perp}(z)}, \frac{k_{s\parallel}}{c_{\parallel}(z)}; z\right),$$

ただし、 $k_{s\parallel}(z) = c_{\parallel}(z)k_{\parallel}(z)$ ,  $k_{s\perp}(z) = c_{\perp}(z)k_{\perp}(z)$ ,

$$P^{(S)}(k_{\perp}, k_{\parallel}; z) = P_{\text{mass}}^{(R)}(k; z) \times b^2(z)$$

$$\times \left[1 + \beta(z) \left(\frac{k_{\parallel}}{k}\right)^2\right]^2 \times D[k_{\parallel}\sigma_p(z)]$$

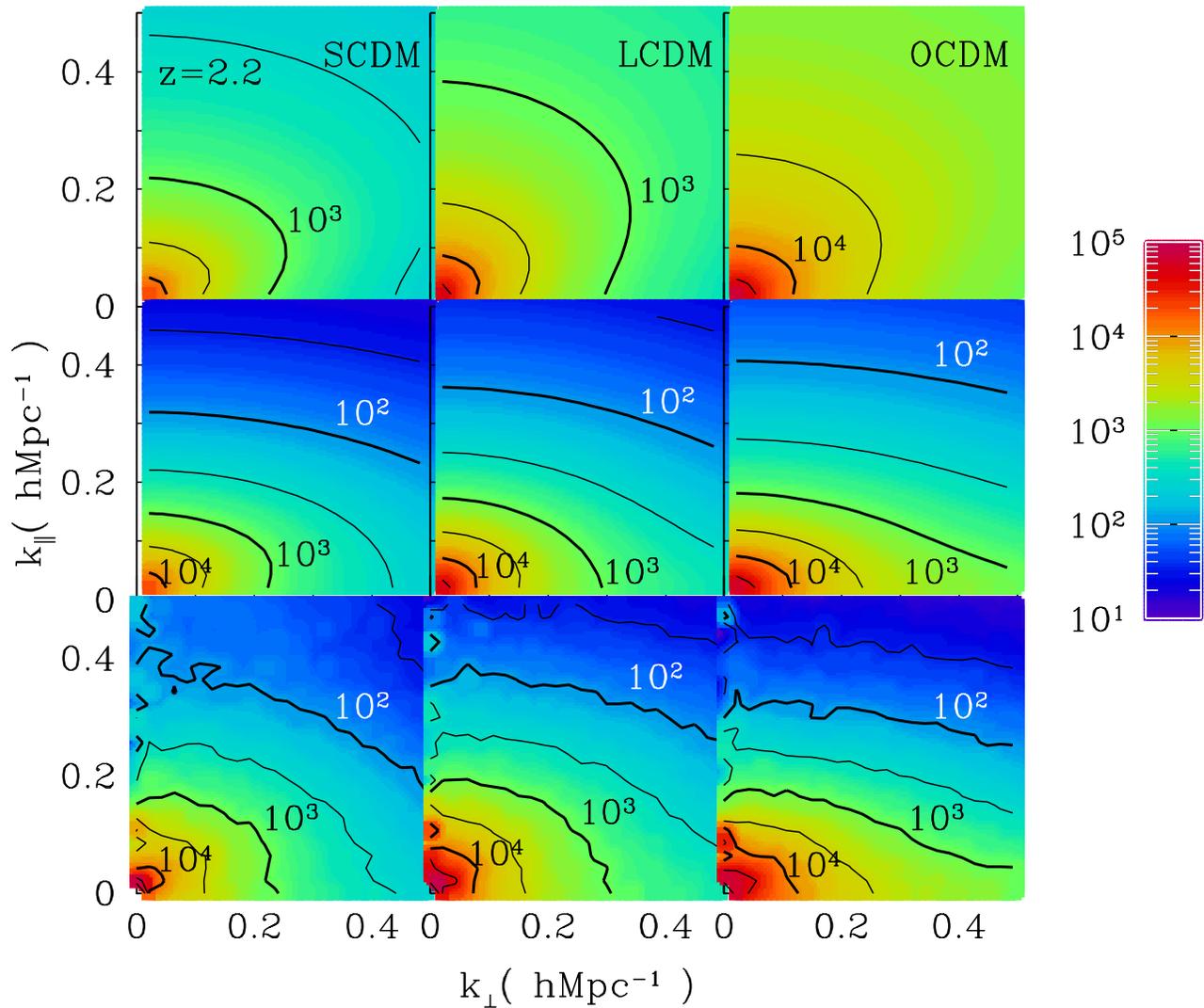


Figure 10: 視線方向とその垂直方向の波数ベクトル成分の平面上での、密度パワースペクトルの振幅の2次元プロット。上：線形理論の予言、中：非線型効果を考慮した理論予言、下：シミュレーション結果。(Magira, Jing & Suto 2000)

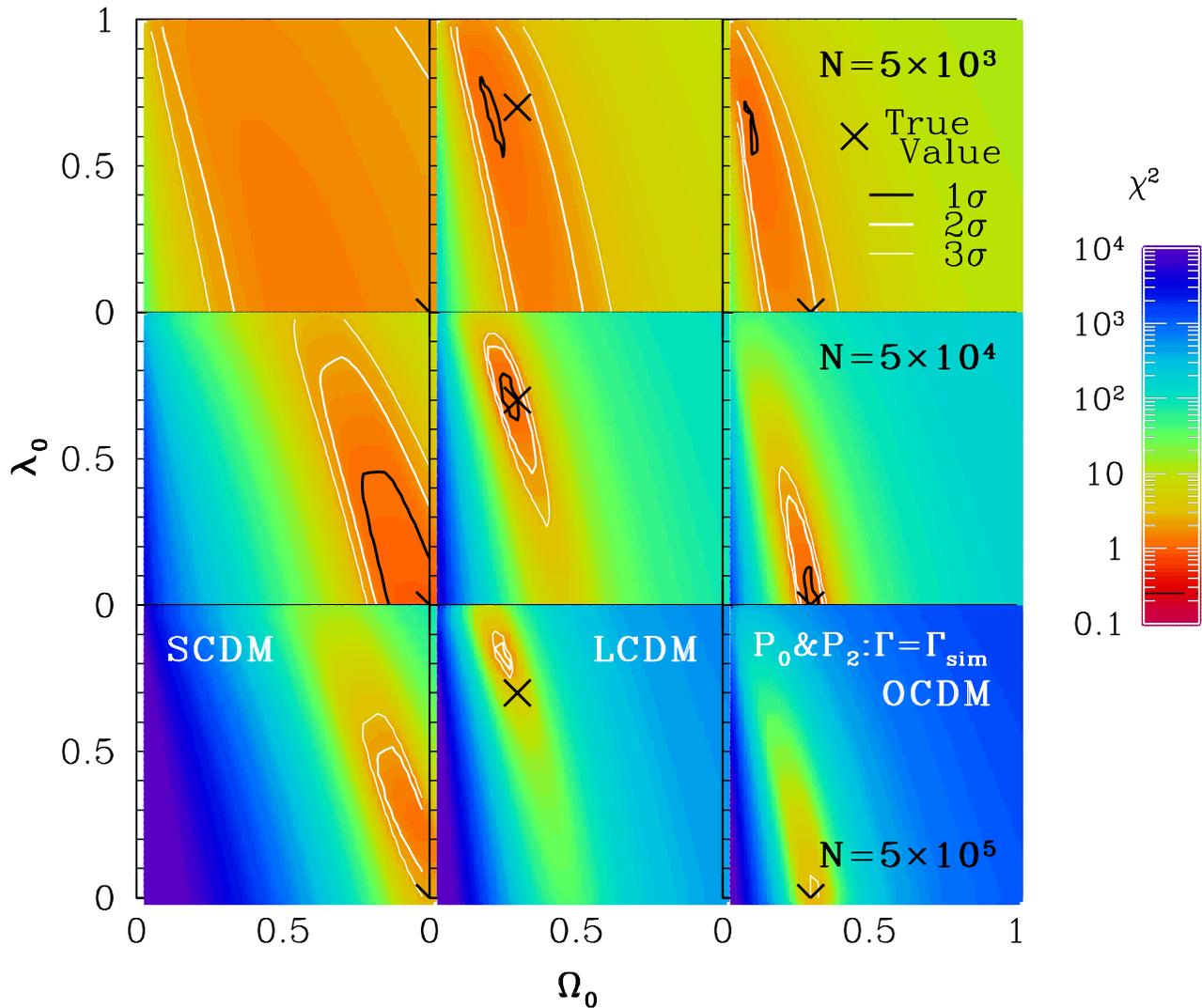


Figure 11: シミュレーションと理論予想との比較から得られた宇宙論的赤方偏移歪みを用いた宇宙論パラメータ決定の可能性。 $z = 2.2$ でのデータから、5000個(上)、5万個(中)、50万個(下)の粒子をランダムに選んで解析した結果 (Magira, Jing & Suto 2000)。

## 4 光円錐効果

$z$  の同時刻面で定義された相関関数：

$$\xi(x_s; z) \equiv \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty P_{\text{nl}}^{\text{S}}(k, z) \frac{\sin kx_s}{kx_s} k^2 dk$$

を光円錐上で平均したものが、(ビン分けしない)全データから直接観測可能な2点相関関数:

$$\xi^{\text{LC}}(x_s) = \frac{\int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} dz \frac{dV_c}{dz} [\phi(z)n_0(z)]^2 \xi(x_s; z)}{\int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} dz \frac{dV_c}{dz} [\phi(z)n_0(z)]^2}$$

(Yamamoto & Suto 1998; Suto, Magira, & Yamamoto 2000; Hamana, Colombi, & Suto 2000)

ここで、 $\phi(z)$  は selection function、 $n_0(z)$  は  $z$  における天体の共動個数密度、 $dV_c/dz$  は、共動体積要素で

$$\frac{dV_c}{dz} = S_K^2(\chi) \frac{d\chi}{dz} = \frac{S_K^2(\chi)}{H_0 \sqrt{\Omega_0(1+z)^3 + (1 - \Omega_0 - \lambda_0)(1+z)^2 + \lambda_0}}$$

$$S_K(\chi) = \begin{cases} \sin(\sqrt{\Omega_0 + \lambda_0 - 1} H_0 \chi) / (H_0 \sqrt{\Omega_0 + \lambda_0 - 1}) & (\Omega_0 + \lambda_0 - 1 > 0) \\ \chi & (\Omega_0 + \lambda_0 - 1 = 0) \\ \sinh(\sqrt{1 - \Omega_0 - \lambda_0} H_0 \chi) / (H_0 \sqrt{1 - \Omega_0 - \lambda_0}) & (\Omega_0 + \lambda_0 - 1 < 0) \end{cases}$$

$$\chi(z) = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$$

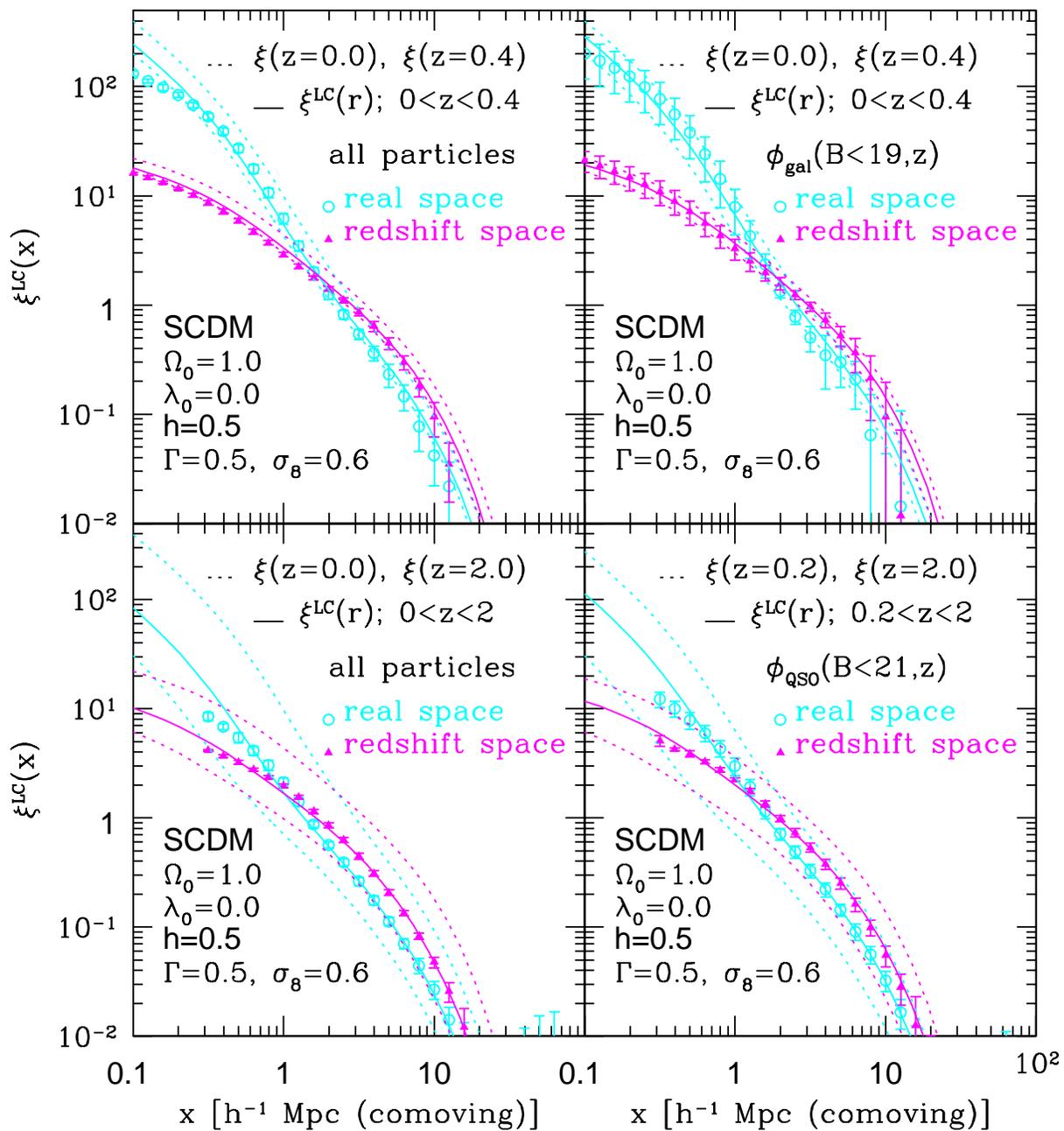


Figure 12: 宇宙論的 N 体シミュレーションのデータから光円錐上の粒子分布を作成し、それから計算した 2 点相関関数と理論の予言。上 :  $0 < z < 0.4$  のデータカタログ、下 :  $0 < z < 2.0$  のデータカタログ。左は全粒子を用いた結果で、右は銀河及びクェーサーの光度関数に対応する選択関数を用いてサンプリングした結果 (Hamana, Colombi & Suto 2000)。

## 5 高次相関関数

広く用いられている高次相関関数に対する hierarchical clustering ansatz の検証

$$\xi_N(r_1, \dots, r_N) = \sum_j Q_{N,j} \sum_{(ab)}^{N-1} \xi(r_{ab})$$

リックカタログを用いた3点、4点相関関数の推定:

$$\begin{aligned} \zeta_{123} &= Q Z_{123}, \\ Q &= 1.29 \pm 0.21 \quad (0.1h^{-1}\text{Mpc} \lesssim r \lesssim 10h^{-1}\text{Mpc}), \\ \eta_{1234} &= R_a A_{1234} + R_b B_{1234}, \\ R_a &= 2.5 \pm 0.6, \quad R_b = 4.3 \pm 1.2 \\ &(0.5h^{-1}\text{Mpc} \lesssim r \lesssim 4h^{-1}\text{Mpc}), \end{aligned}$$

(Groth & Peeble 1977; Fry & Peebles 1978) ここで

$$\begin{aligned} Z_{123} &\equiv \xi_{12}\xi_{23} + \xi_{21}\xi_{13} + \xi_{23}\xi_{31}, \\ A_{1234} &\equiv \xi_{12}\xi_{23}\xi_{34} + \xi_{23}\xi_{34}\xi_{41} + \xi_{24}\xi_{41}\xi_{12} + \xi_{13}\xi_{32}\xi_{24} \\ &\quad + \xi_{32}\xi_{24}\xi_{41} + \xi_{24}\xi_{41}\xi_{13} + \xi_{12}\xi_{24}\xi_{43} + \xi_{24}\xi_{43}\xi_{31} \\ &\quad + \xi_{31}\xi_{12}\xi_{24} + \xi_{13}\xi_{34}\xi_{42} + \xi_{34}\xi_{42}\xi_{21} + \xi_{42}\xi_{21}\xi_{13}, \\ B_{1234} &\equiv \xi_{12}\xi_{13}\xi_{14} + \xi_{21}\xi_{23}\xi_{24} + \xi_{31}\xi_{32}\xi_{34} + \xi_{41}\xi_{42}\xi_{43}. \end{aligned}$$

この係数  $Q$ ,  $R_a$ ,  $R_b$  は本当に定数か？ 非線型重力クラスタリング過程の最も基礎的なスケーリング？

(Suto 1993, Matsubara & Suto 1994, Suto & Matsubara 1994)

## 6 銀河ペアの相対特異速度分散

赤方偏移歪みを記述する上でも、cosmic virial 定理を經由して $\Omega_0$ を決める可能性においても重要。しかし、 $1h^{-1}\text{Mpc}$ スケールにおける観測値はかなりばらついている。

$340 \pm 40 \text{ km/s}$  : CfA1 (Davis & Peebles 1983)

$276 \pm 17 \text{ km/s}$  : CfA1 (Mo, Jing, and Börner 1993)

$317^{+40}_{-49} \text{ km/s}$  : IRAS (Fisher et al. 1994)

$367 \pm 38 \text{ km/s}$  : CfA2 South (Marzke et al. 1995)

$647 \pm 52 \text{ km/s}$  : CfA2 North (Marzke et al. 1995)

$439 \pm 12 \text{ km/s}$  : SSRS (Mo, Jing, and Börner 1993)

$570 \pm 80 \text{ km/s}$  : LCRS (Jing, and Börner 1998)

現実にサンプル毎の散らばりがあるのも事実であるが、本当の宇宙の平均値を知ることは重要。

cosmic virial 定理の予言 :

$$\sigma_{\text{1D,CVT}}(r) = 1460 \sqrt{\frac{\Omega_0 Q_\rho}{1.3b_g^2}} \sqrt{\frac{I(r_c/r, r_s/r; \gamma)}{33.2}} 5.4^{\frac{\gamma-1.8}{2}} \\ \times \left( \frac{r_0}{5.4h^{-1}\text{Mpc}} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \left( \frac{r}{1h^{-1}\text{Mpc}} \right)^{\frac{2-\gamma}{2}} \text{ km/s}$$

ここで、銀河の2点相関関数は $\xi_\rho = b_g^{-2}(r + r_c/r_0)^{-\gamma}$ と近似した。 $Q_\rho$ は質量3点相関関数の振幅で、 $I(r_c/r, r_s/r; \gamma)$ は、銀河の有限サイズ( $r_s$ )と2点相関関数から決まる無次元のパラメータ。

(Peebles 1976; Suto & Jing 1997)

## 7 ジーナス統計と非ガウシアン密度ゆらぎ

観測領域  $V_{\text{all}}$  内の 1 点  $x$  における密度ゆらぎを  $\delta(x)$ 、その rms 値を  $\sigma$  とする。

この密度場から、密度  $\delta(x, V_f)$  が  $\sigma(V_f)$  の  $\nu$  倍であるという等密度面をつくり、 $V_{\text{all}}$  内での等密度面のもつ、穴の個数から孤立した領域の個数を差し引いた数を **ジーナス** と呼ぶ。考えている体積  $V_{\text{all}}$  内には、相対密度  $\nu = \delta(x, V_f)/\sigma(V_f)$  で定義された複数の等密度面  $A_i$  ( $i = 1 \sim I$ ) があるはずなので、ジーナス密度:

$$G(\nu) \equiv \frac{1}{V_{\text{all}}} \sum_{i=1}^I g_i = -\frac{1}{4\pi V_{\text{all}}} \sum_{i=1}^I \int_{A_i} \kappa dA$$

を定義する。**ランダムガウシアン場に対しては具体的に以下のような解析的表式が知られている:**

$$G(\nu) = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{\langle k^2 \rangle}{3} \right)^{3/2} e^{-\nu^2/2} (1 - \nu^2)$$

$$\langle k^2 \rangle \equiv \frac{\int k^2 P(k) \tilde{W}^2(kR) d^3k}{\int P(k) \tilde{W}^2(kR) d^3k}$$

(Bardeen et al. 1996)

2 点相関関数やパワースペクトルでは無視されている揺らぎの位相  $\phi_k$  の情報を反映するため、ジーナス統計は、宇宙の大構造のトポロジーの研究において、2 点相関の統計とは相補的。

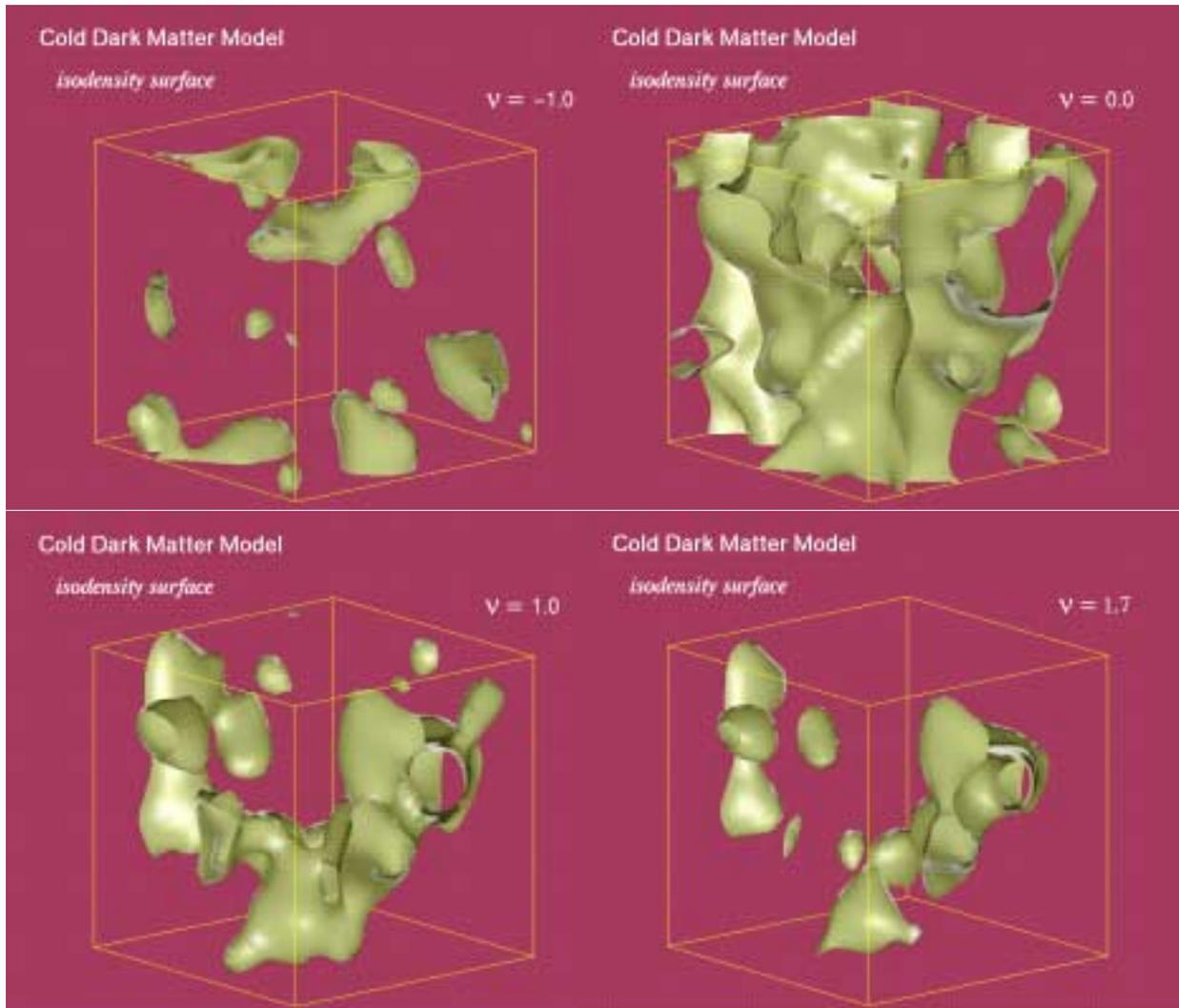


Figure 13: 数値シミュレーションによるLCDMの密度分布から計算された $(100h^{-1}\text{Mpc})^3$ の体積内での等密度面 ( $\nu = -1.0, 0.0, 1.0$ , 及び  $1.7$ )。 (Matsubara & Suto 1996)

仮に原始密度揺らぎの統計分布がランダムガウシアンにしたがっていたとしても、非線形重力成長の効果のために、実際に観測される密度場は非ガウシアン性を持つ。摂動論による補正項:

$$G(\nu) = -\frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{\langle k^2 \rangle}{3} \right)^{3/2} e^{-\nu^2/2} \times \left[ H_2(\nu) + \sigma \left( \frac{S}{6} H_5(\nu) + \frac{3T}{2} H_3(\nu) + 3U H_1(\nu) \right) \right].$$

(Matsubara 1994).  $H_n(\nu)$  はエルミート多項式:

$$H_1 = \nu, H_2 = \nu^2 - 1, H_3 = \nu^3 - 3\nu,$$

$$H_4 = \nu^4 - 6\nu^2 + 3, H_5 = \nu^5 - 10\nu^3 + 15\nu, \dots$$

また、 $S, T, U$  はそれぞれ

$$S = \frac{1}{\sigma^4} \langle \delta^3 \rangle, \quad T = -\frac{1}{2\langle k^2 \rangle \sigma^4} \langle \delta^2 \nabla^2 \delta \rangle,$$

$$U = -\frac{3}{4\langle k^2 \rangle^2 \sigma^4} \langle \nabla \delta \cdot \nabla \delta \nabla^2 \delta \rangle$$

によって定義され、密度ゆらぎ  $\delta$  に関する 3 次のモーメント (スキューネス) である (具体的な値は数値的に求められている; Matsubara 1994)。

このようにジーナス統計を用いて、重力の非線形性に起因した非ガウシアン性を補正し、原始密度揺らぎ自身に内在した非ガウシアン性が存在するかどうかを検証できる可能性がある

(Matsubara & Suto 1996)。

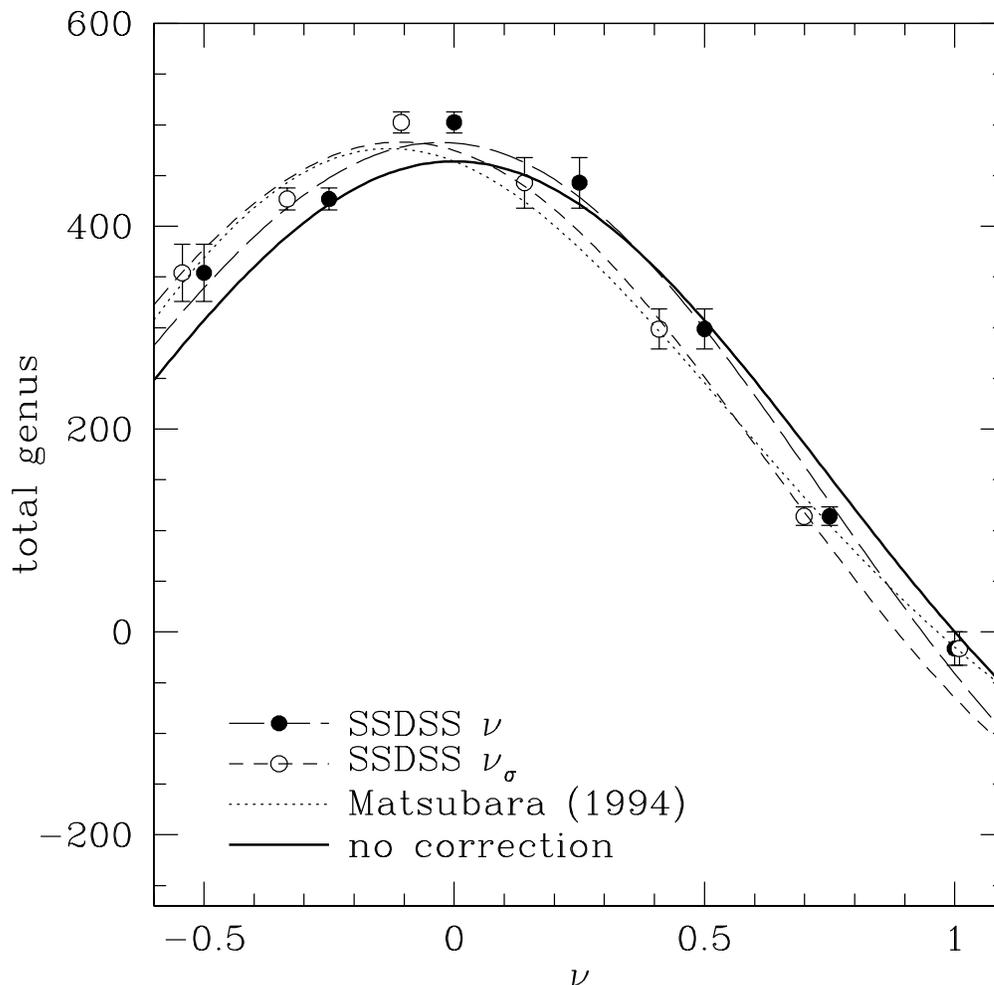


Figure 14: 数値シミュレーションから作成した Mock カタログから得られたジーナスと理論予言の比較。Colley, Gott, Weinberg, Park & Berlind (2000, ApJ 529, 795) よりとったが、実は彼らは **松原君** の計算したスキューネスの値  $(S, T, U) = (3.468, 2.312, 1.227)$  を、間違えて  $(3.468, 2.096, 1.292)$  としたため、ApJ の published version では、Matsubara & Suto (1996) に比べて満足な一致は得られないと結論している。しかし、正しい値に直すと一致はかなり向上する。さらに、バイアスを考慮して、 $\delta_{\text{gal}} = b\delta + 1/2b_2(\delta^2 - \sigma^2) + \dots$  とおくと、 $S_{\text{gal}} = S/b + 3b_2/b^2$ 、 $T_{\text{gal}} = T/b + 2b_2/b^2$ 、 $U_{\text{gal}} = U/b + b_2/b^2$  が導かれる。これに  $b = 1.3$ 、 $b_2 = -0.5$  を代入し  $S_{\text{gal}} = 1.78$ 、 $T_{\text{gal}} = 1.19$ 、 $U_{\text{gal}} = 0.64$  を使ってプロットし直したのがこの図で、一致は極めて良い。つまり、ここまで定量的になるとバイアスにも強く依存することがわかる。

## 8 まとめ

銀河・クエーサー三次元分布地図を用いた宇宙論のなかで、我々の過去の理論的成果 / 蓄積が活かされるテーマ：

**クエーサー空間分布の赤方偏移歪み** highest-redshift universe における大構造の検出、幾何学的 / 相対論的な歪みを通じての宇宙論パラメータ・バイアスの制限

**銀河のジーナス統計** 大構造のトポロジーの記述、原始密度ゆらぎのガウス性の検証、重力成長に伴う非ガウス性の検出

**銀河のカウントインセル解析** 銀河分布の密度確率分布関数を直接決定する

**銀河の空間高次相関関数** hierarchical clustering ansatz を満たしているか

**銀河団の空間分布** ハローモデルとの比較

**銀河ペアの相対特異速度分散** cosmic virial theorem を通じた宇宙論パラメータ・バイアスの制限

**赤方偏移歪み** 赤方偏移空間における銀河 2 点相関関数の非等方性と  $\beta = \Omega_0^{0.6}/b$